

# EL CAMPO ELÉCTRICO

Muchas veces al bajar del coche y tocar la puerta metálica se recibe una descarga de electricidad estática. ¿Por qué pasa esto y por qué es más probable que ocurra en un día seco que en uno húmedo? Los átomos que constituyen todo lo que nos rodea, se mantienen unidos aunque las partículas que los constituyen se mueven a altas velocidades. ¿Qué pasa en un circuito eléctrico? ¿Cómo funcionan los motores y los generadores eléctricos? ¿Qué es la luz?

Las respuestas a todas estas preguntas las proporciona una rama fundamental de la física: el **electromagnetismo**, que es el estudio de todas las interacciones eléctricas y magnéticas. Estas interacciones implican a partículas que tienen una propiedad inherente de toda la materia que es la **carga eléctrica**.

En este tema, que empezaremos con un análisis de la naturaleza de la carga eléctrica, nos centraremos en el estudio de las interacciones en que **la carga eléctrica está en reposo** en nuestro marco de referencia, que constituyen las **interacciones electrostáticas**. Estas interacciones son las que mantienen unidos a los átomos, a las moléculas y mantiene cohesionada a la materia en general, están regidas por una relación sencilla que es la **ley de Coulomb** y se describen usando el concepto de **campo eléctrico**.

## 1. LA CARGA ELÉCTRICA

No podemos decir con exactitud qué es la carga eléctrica, sólo podemos describir sus propiedades y su comportamiento. Ya los antiguos griegos descubrieron alrededor del año 600 a.C, que al frotar ámbar con un trozo de lana, el ámbar podía atraer a otros objetos. El adjetivo eléctrico, que procede del vocablo griego *elektron*, significa ámbar.

Las barras de plástico son especialmente buenas para mostrar el fenómeno de la **electrostática**, las interacciones entre cargas eléctricas en reposo, o casi en reposo. Si frotamos dos barras de vidrio con un trozo de piel, las barras se repelerán entre sí. Si frotamos dos barras de vidrio con la piel, se repelerán entre sí, pero una barra de plástico, atraerá a una barra de vidrio. Estos experimentos y muchos similares, han mostrado que hay exactamente **dos tipos de carga eléctrica**. Benjamin Franklin (1706-1790) sugirió llamar a esos dos tipos de carga **positiva y negativa** (aludiendo al exceso o defecto de “fluido” eléctrico que pasaba de unos cuerpos a otros). **Sabemos que cargas del mismo tipo se repelen entre sí, y cargas de tipos distintos se atraen.**

*Una aplicación tecnológica de las fuerzas entre cuerpos cargados es la máquina fotocopidora. Las regiones cargadas positivamente del tambor de imágenes atraen a las partículas cargadas negativamente del tóner, formando una imagen sobre el papel colocado sobre el tambor.*

### 1.1. Carga eléctrica y estructura de la materia

La carga eléctrica, como la masa, es una de las propiedades fundamentales de las partículas de que está hecha toda la materia que nos rodea. Las interacciones responsables de la estructura y de las propiedades de los átomos y moléculas son principalmente interacciones eléctricas entre partículas cargadas eléctricamente. Lo mismo ocurre con la

estructura y propiedades de la materia ordinaria, que está constituida por átomos y moléculas. La mayoría de las interacciones en nuestra vida cotidiana (la fuerza normal ejercida sobre tu cuerpo por la silla en la que estás sentado, la fuerza adhesiva del pegamento), surgen de las fuerzas eléctricas entre partículas cargadas en átomos adyacentes.

Como ya sabes, la estructura de los átomos se describe en términos de tres partículas: el **electrón** cargado negativamente, el **protón** positivamente, y el **neutrón**, que no tiene carga. El protón y el neutrón son combinaciones de otras entidades llamadas **quarks**, que tienen cargas de  $\pm \frac{1}{3}$  y  $\pm \frac{2}{3}$  la carga del electrón. Los quarks aislados no se han observado y existen razones teóricas para creer que es imposible observar un quark.

Los protones y los neutrones en un átomo forman un centro pequeño y muy denso llamado núcleo, con dimensiones del orden de  $10^{-15}$  m. Alrededor del núcleo están los electrones, situados a distancias del orden de  $10^{-10}$  m. Los electrones cargados negativamente se mantienen dentro del átomo mediante las fuerzas eléctricas de atracción ejercidas sobre ellos por el núcleo cargado positivamente. Los protones y neutrones se mantienen dentro del núcleo por medio de una interacción muy intensa y atractiva, que es la **interacción nuclear fuerte**, que vence la repulsión eléctrica entre los protones.

Las masas de las tres partículas son:

$$\text{Masa del electrón} = m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg}$$

$$\text{Masa del protón} = m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{kg}$$

$$\text{Masa del neutrón} = m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{kg}$$

Las masas de protón y neutrón son casi iguales, pero esa pequeñísima diferencia será fundamental para explicar algunos fenómenos como la desintegración beta regulada por la **interacción nuclear débil**. La masa del electrón es casi 2000 veces más pequeña.

La carga negativa del electrón, medida por Millikan en el célebre experimento de la gota de aceite, tiene, dentro del error experimental, la misma magnitud que la carga positiva del protón. Su valor es de  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ <sup>1</sup>. **En un átomo neutro, el número de electrones es igual al número de protones del núcleo, y la carga eléctrica neta (la suma algebraica de todas las cargas), es exactamente cero.** El número de protones o de electrones en un átomo neutro de un elemento se llama **número atómico** del elemento. Si se eliminan uno o más electrones, la estructura queda cargada positivamente y tenemos un **ion positivo o catión**. Un **ion negativo o anión** es un átomo que ha ganado uno o más electrones. Esta ganancia o pérdida de electrones se llama **ionización**.

En cualquier sistema macroscópico se cumple el **principio de conservación de la carga**: la suma algebraica de todas las cargas eléctricas en cualquier sistema cerrado es

---

<sup>1</sup> La unidad de carga del S.I. es el culombio C. El culombio es una enorme cantidad de carga. Esos desagradables chispazos que recibimos de vez en cuando (por ejemplo, al ir a cerrar la puerta del coche), suelen transportar millonésimas de culombio, y ya se hacen notar. Los temidos rayos, pueden transportar hasta 20 culombios.

constante. Se cree que la conservación de la carga es una ley de conservación universal y no hay pruebas experimentales de la violación de este principio.

También en cualquier sistema macroscópico se cumple que cada cantidad observable de carga es siempre un múltiplo entero de la carga del electrón. Esto implica que la carga eléctrica está **cuantizada**. La carga eléctrica no puede dividirse en cantidades menores que la carga de un electrón o de un protón (salvo en los quarks que no han sido observados) por lo tanto la carga sobre cualquier cuerpo macroscópico es siempre un múltiplo entero (negativo o positivo) de la carga del electrón.

## 2. LEY DE COULOMB

Charles Augustin de Coulomb estudió en detalle las fuerzas de interacción entre partículas cargadas en 1784. Usó para ello una **balanza de torsión** similar a la utilizada años después por Cavendish para estudiar la mucho más débil interacción gravitatoria. Dicho dispositivo consistía básicamente en una varilla aislante colocada en sentido horizontal y que pendía de un fino alambre de plata. En uno de los extremos de la varilla había una esfera de médula de saúco que al principio estaba en contacto con otra esfera similar fija. Al electrizar el sistema, las esferas se repelían. Midiendo las torsiones del hilo de plata según la carga transferida a las esferas y la distancia entre las esferas en equilibrio, Coulomb estableció:

**La magnitud de la fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales** (cuerpos cargados muy pequeños en comparación con la distancia  $r$  entre ellos), **es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas.**

En términos matemáticos podemos escribir lo anterior:  $\vec{F} = K \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \cdot \vec{u}_r$

$\vec{u}_r$  es un vector unitario en la dirección de la recta que une las cargas y cuyo sentido coincide con el de la fuerza eléctrica cuando ésta es repulsiva, y es opuesto cuando la fuerza es atractiva. De este modo, si las cargas son de distinto signo, la fuerza tiene signo negativo, lo que significa que la interacción es atractiva, coincidiendo de esta forma con el criterio asociado a la interacción gravitatoria que siempre es atractiva. Resumiendo, cuando las cargas tienen el mismo signo, las fuerzas son de repulsión, cuando las cargas tienen signos contrarios, las fuerzas son de atracción. Las dos fuerzas (entre cada par de cargas), obedecen la tercera ley de Newton; siempre son iguales en magnitud y opuestas en dirección, aun cuando las cargas no sean iguales.

El valor de la constante de proporcionalidad  $K$ , depende del medio. En el vacío, y en unidades del S.I.:  $K = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$ .

El valor de  $K$  se conoce con gran precisión por estar relacionado con la velocidad de la luz en el vacío como veremos en el tema de ondas electromagnéticas.

Precisamente esta dependencia de la interacción (de la constante  $K$ ) con el medio, es una de las diferencias entre las interacciones gravitatoria y eléctricas a pesar de la similitud

matemática entre la ley de gravitación universal y la ley de Coulomb.  $K$ , no es pues una constante universal como lo era  $G$ , por ello es frecuente expresar el valor de  $K$  en función de otra constante conocida como **permitividad del medio**  $\epsilon$ :  $K = \frac{1}{4\pi\epsilon}$ .

En el vacío, la permitividad  $\epsilon_0$  vale:  $\epsilon_0 \cong 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$ .

En resumen la fuerza que describe la interacción electrostática entre dos cargas:

- Varía conforme al inverso del cuadrado de la distancia entre las cargas.
- Es central y por lo tanto es **conservativa**.
- Cumple el principio de acción y reacción.
- Tiene un valor que depende del medio a diferencia de lo que ocurre en la interacción gravitatoria.
- Debido al valor de  $K$ , que actúa como factor de escala de la interacción, la interacción electrostática es mucho más intensa que la gravitatoria.
- Puede ser atractiva o repulsiva dependiendo de las cargas. Por el contrario la fuerza gravitatoria sólo puede ser atractiva.

*Como hemos dicho anteriormente el cuanto fundamental de carga, es la magnitud de la carga de un electrón o un protón, que se denota con la letra  $e$  y cuyo valor vimos que era:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .*

*Un culombio representa el negativo de la carga total de aproximadamente  $6 \cdot 10^{18}$  electrones. En problemas electrostáticos (problemas que implican cargas en reposo), no es usual encontrar cargas tan grandes como un culombio. Dos cargas de  $1 \text{ C}$  separadas una distancia de  $1 \text{ m}$ , se ejercerían mutuamente fuerzas de magnitud  $9 \cdot 10^9 \text{ N}$ . Valores más típicos de carga son el microculombio ( $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$ ) y el nanoculombio ( $1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$ )*

La ley de Coulomb describe la interacción entre dos cargas puntuales. Los experimentos demuestran que cuando dos cargas ejercen fuerza simultáneamente sobre una tercera carga, la fuerza total que actúa sobre la tercera carga es la suma vectorial de las fuerzas que las dos cargas ejercerían individualmente. Este resultado, corresponde como habrás imaginado al **principio de superposición de fuerzas** y es válido para cualquier número de cargas.

En rigor la ley de Coulomb tal como la hemos enunciado debería usarse sólo para cargas puntuales en el vacío. Si en el espacio entre las cargas hay un medio cualquiera, la fuerza neta que actúa sobre cada carga se ve alterada debido a que se inducen cargas en las moléculas del medio entre ellas. En la práctica, para cargas puntuales en el aire se puede usar la ley de Coulomb para el vacío sin modificar nada. A la presión atmosférica, el cambio en el valor de la fuerza eléctrica respecto a su valor en el vacío es aproximadamente de una parte en 2000.

### 3. CAMPO ELÉCTRICO

Cuando dos partículas cargadas interactúan en el espacio vacío, ¿cómo sabe cada una que la otra está ahí? ¿qué sucede en el espacio que hay entre ellas para que se

comunique el efecto de una sobre la otra? Para responder a lo anterior tendremos que recurrir al concepto de **campo eléctrico**.

Suele decirse que fue Faraday el primero en hacer uso del concepto de campo aplicado al magnetismo y la electricidad. Sin embargo, su noción de campo era bastante diferente de la que manejamos hoy. En su concepción original, Faraday imaginaba que la interacción se transmitía a través de líneas de fuerza. La línea de fuerza no era una construcción matemática para explicar la interacción sino que para Faraday, adquiría pleno sentido físico. Para él, la interacción sólo actuaba entre puntos contiguos por lo tanto no podía ser instantánea.

En la actualidad visualizamos el concepto de campo como un proceso de dos etapas. Pensemos en la repulsión mutua entre dos cargas del mismo tipo situadas en el vacío. Si consideramos la fuerza eléctrica que A ejerce sobre B, podemos suponer que el cuerpo A, por la carga que tiene, modifica de alguna manera las propiedades del espacio alrededor de él. Luego el cuerpo B, por la carga que lleva, percibe que el espacio cambió en su posición. La respuesta de B es experimentar la fuerza  $F_{AB}$ . Para ver cómo ocurre este proceso en dos etapas, consideremos primero el cuerpo A. Si consideramos un punto cualquiera P en el espacio que circunda a A, decimos que en este punto P hay un campo eléctrico producido por A. Este campo está presente aunque en el punto P no haya ninguna otra carga, y se debe sólo a la carga A. Si entonces colocamos una carga  $q_0$  en el punto P, experimentará una fuerza  $F_0$ . Así, consideramos que la fuerza es ejercida sobre  $q_0$  por el campo en el punto P. Como la carga  $q_0$  experimentaría una fuerza en cualquier punto en las cercanías del punto A, el campo eléctrico que produce A existe en todos los puntos de la región alrededor de A. La carga A produce un campo eléctrico en el espacio que la rodea, pero este campo eléctrico no puede ejercer fuerza neta sobre la carga que lo generó. **La fuerza eléctrica sobre un cuerpo cargado es ejercida por el campo eléctrico creado por OTROS cuerpos cargados.**

Con todo lo anterior, definimos el **campo eléctrico  $\vec{E}$  en un punto, como la fuerza eléctrica  $\vec{F}_0$  experimentada por una carga  $q_0$  colocada en el punto, dividida por la carga  $q_0$ :**

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} \text{ En el S.I. la unidad de intensidad de campo eléctrico es el N/C}$$

La fuerza es una magnitud vectorial por lo que el campo es también una magnitud vectorial. Evidentemente, si conocemos el campo en un punto, podemos obtener la fuerza sobre una carga puntual colocada en dicho punto:  $\vec{F}_0 = q_0 \vec{E}$ .

Si la carga es positiva, la fuerza experimentada por la carga tiene la misma dirección y sentido que el campo. Si por el contrario, la carga es negativa, la fuerza tiene sentido contrario al campo.

En todo lo anterior, hemos ignorado una sutil pero importante dificultad. Evidentemente, como ya dijimos antes la fuerza eléctrica cumple el principio de acción-reacción, por lo tanto la carga  $q_0$  ejercerá la misma fuerza que se ejerce sobre ella sobre el

cuerpo A. Esta fuerza puede originar un cambio en la distribución de carga original, sobretodo, si A es un conductor (en cuyo interior, las cargas tienen libertad de movimiento). Pero si  $q_0$  es muy pequeña, el efecto que producirá sobre A será a su vez muy pequeño, por lo tanto en rigor, deberíamos definir el campo eléctrico como:

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$

Sin embargo, en cálculos prácticos, consideraremos fija la distribución de carga que crea el campo y no será necesario calcular dicho paso al límite.

**Si la fuente del campo es una carga puntual:**  $\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}_r$ .

Como se deduce de la expresión anterior:

- La intensidad del campo originado por una carga puntual es un vector en dirección radial.
- Si la carga puntual Q es positiva, el sentido de la intensidad es hacia fuera de la carga; si por el contrario, es negativa, el sentido de la intensidad se dirige hacia la carga.
- Esto quiere decir que el sentido del campo coincide con el sentido del movimiento que adquiriría una carga testigo positiva colocada en reposo en un punto del campo.

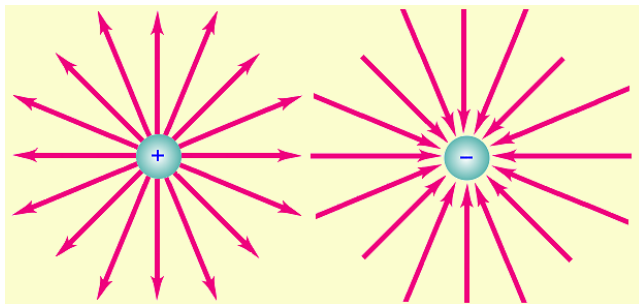
### 3.1. Principio de superposición del campo eléctrico:

El principio de superposición puede aplicarse al campo creado en un punto por un sistema de más de dos cargas. La intensidad del campo creado por un número cualquiera de cargas puntuales en un punto es igual a la suma vectorial de los campos individuales originados por cada una de las cargas en dicho punto.

### 3.2. Representación del campo mediante líneas de fuerza.

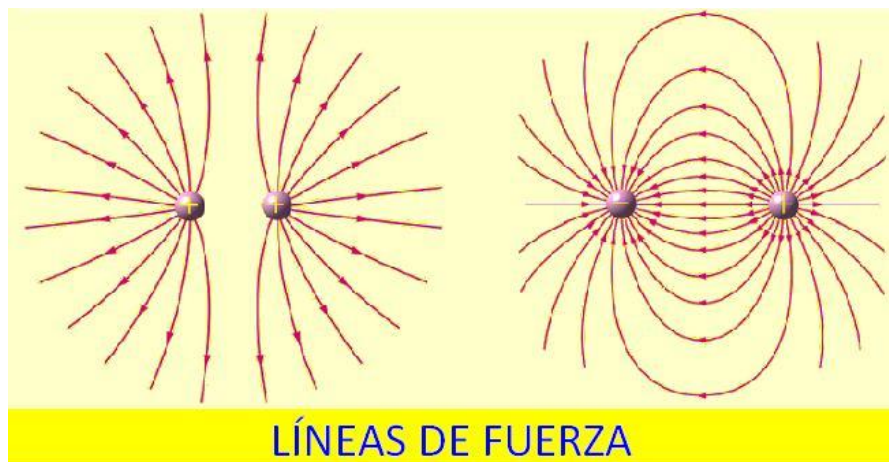
Como ya sabemos las líneas de fuerza se trazan de modo que su dirección y sentido coincidan en cada punto del espacio con los de la fuerza que actuaría sobre una carga puntual testigo positiva en cada punto. Tienen las siguientes características:

- Son radiales y simétricas en el caso de las cargas puntuales, salientes si la carga es positiva (fuentes) y entrantes si es negativa (sumideros).
- Su número es proporcional a la magnitud de la carga.
- Son tangentes al vector intensidad de campo en cada punto.
- Dos líneas de fuerza no pueden





cortarse nunca como consecuencia del principio de superposición. A cada punto del espacio le corresponde un único valor resultante del vector campo.



De todo lo anterior, podemos decir que **campo es la región del espacio cuyas propiedades son alteradas por la presencia de una carga**. Al igual que hicimos en el caso gravitatorio, distinguiremos entre las magnitudes que sólo dependen de la carga que produce la alteración del espacio (intensidad de campo y potencial eléctrico en cada punto) y de aquellas que dependen del efecto que dicho campo produce sobre una carga testigo (fuerza que actúa sobre la carga y energía potencial eléctrica asociada a la posición relativa de la carga en el campo).

#### **4. ENERGÍA POTENCIAL ASOCIADA A LA POSICIÓN DE UNA CARGA EN UN CAMPO ELÉCTRICO.**

Las interacciones entre los cuerpos pueden describirse en función de las fuerzas que actúan sobre el sistema (enfoque dinámico), o en función de las variaciones energéticas en el sistema (enfoque energético).

Partimos de la idea de que la interacción descrita por la ley de Coulomb es conservativa. Cuando una partícula cargada se mueve en un campo eléctrico, éste ejerce una fuerza que realiza un trabajo sobre la partícula que se puede expresar siempre en términos de una energía potencial eléctrica, la cual depende de la posición de la partícula cargada en el campo eléctrico.

Obtendremos a continuación la expresión de la energía potencial eléctrica entre dos cargas. Al igual que hicimos en el caso gravitatorio, para obtener dicha expresión partiremos del trabajo necesario para traer a una carga  $q$ , desde el infinito hasta una distancia  $r$  de otra  $Q$  que crea el campo. Consideraremos también que la energía potencial en el infinito es nula, puesto que la fuerza entre las cargas tiende a cero si la distancia tiende a infinito.

- 4.1. Cargas de distinto signo.** En este caso, la fuerza es atractiva y por lo tanto la fuerza tendrá signo negativo. Por lo tanto:  $\vec{F} = -K \frac{Q \cdot q}{r^2}$

$$W = \int_{\infty}^r \vec{F} \cdot d\vec{r} = -KQq \int_{\infty}^r \frac{1}{r^2} dr = -KQq \left[ -\frac{1}{r} \right]_{\infty}^r = K \frac{Qq}{r}$$

Por lo tanto, el trabajo realizado por la fuerza eléctrica para acercar cargas de distinto signo es positivo y viene dado por la expresión:  $W = K \frac{Qq}{r}$

Por ser la fuerza conservativa:  $W = -\Delta E_p$ , el trabajo positivo, implica una disminución de la energía potencial y por lo tanto es el campo el que realiza el acercamiento de las cargas debido al carácter atractivo de la interacción.

Como  $W = E_p(\infty) - E_p(r) = -E_p(r) \rightarrow E_p(r) = -K \frac{Qq}{r}$

**La energía potencial asociada a la interacción electrostática entre cargas de distinto signo es negativa.** Es decir, debido al carácter atractivo de la interacción, la energía potencial del sistema disminuye con el acercamiento. Al ser el campo el que realiza el trabajo, la energía potencial debe disminuir. Como al principio, la energía potencial era cero, deberá adquirir valores negativos.

**4.2. Cargas del mismo signo:** En este caso, la fuerza es positiva, como corresponde a la interacción repulsiva entre cargas del mismo tipo. El razonamiento es igual que el anterior, pero partimos de la fuerza positiva.

$$W = \int_{\infty}^r \vec{F} \cdot d\vec{r} = KQq \int_{\infty}^r \frac{1}{r^2} dr = KQq \left[ -\frac{1}{r} \right]_{\infty}^r = -K \frac{Qq}{r}$$

Por lo tanto, el trabajo realizado por la fuerza eléctrica para acercar cargas del mismo signo, es negativo. El trabajo es realizado por lo tanto por una fuerza externa y la energía potencial será:  $E_p(r) = K \frac{Qq}{r}$

Por lo tanto, debido al carácter repulsivo de la interacción, debemos realizar trabajo sobre el sistema para acercar las cargas aumentando así la energía potencial con el acercamiento de las cargas.

La energía potencial es una propiedad compartida entre ambas cargas; es una consecuencia de la interacción entre ellas. Si la distancia entre ellas cambia, la energía potencial del sistema de ambas cargas cambia.

**4.3. Diferencia de energía potencial eléctrica.**

Cuando una partícula se desplaza desde un punto A a otro B en el seno de un campo eléctrico:  $W_{A \rightarrow B} = E_p(A) - E_p(B)$ .

Por consiguiente la diferencia de energía potencial es igual al trabajo realizado por la fuerza eléctrica cuando la partícula se mueve desde el punto A al B. Si la energía potencial en A es mayor que en B, el trabajo es positivo y será realizado por el campo. Si por el contrario, la energía potencial en B es mayor que en A, la carga aumenta su energía potencial, y por lo tanto el trabajo habrá sido realizado por una fuerza externa.



#### 4.4. Energía potencial de un sistema de más de dos cargas.

Si en lugar de dos cargas, el sistema está constituido por tres o más cargas, podemos evaluar la energía potencial total del sistema calculando la energía potencial entre cada par de cargas (una sola vez) y sumando algebraicamente todos los términos. Por ejemplo si tenemos un sistema formado por tres cargas, la energía potencial del sistema será:

$$E_p = K \left( \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right)$$

La energía potencial de un sistema de partículas mide el trabajo necesario para formar el sistema, es decir, el trabajo necesario para traer a las cargas desde el infinito hasta sus posiciones finales en el sistema.

*Éste es básicamente el procedimiento que se utiliza para calcular la energía reticular de un compuesto iónico. Sin embargo, en este caso, es preciso introducir en su caso un término repulsivo, ya que a la distancia de equilibrio entre los iones de la red interviene la repulsión entre las nubes electrónicas.*

### 5. POTENCIAL ELÉCTRICO

En cada punto del campo en el que situemos una carga testigo  $Q'$  encontraremos un valor de la energía potencial asociada a esa posición de la carga  $Q'$  en el campo. Por lo tanto, los valores de la energía potencial en función de la posición nos dan una idea del valor del campo. Sin embargo, en la energía potencial aparece una variable ajena al campo que es la carga testigo.

Para definir el campo desde una perspectiva energética, establecemos como magnitud representativa el **potencial eléctrico,  $V$ , en un punto, entendido como la energía potencial eléctrica que corresponderá a la unidad de carga testigo positiva colocada en ese punto.** Es decir, si  $Q'$  es la carga testigo colocada en ese punto, se define el potencial en dicho punto como:  $V = \frac{E_p(r)}{Q'}$

Por lo tanto, el potencial eléctrico creado por una carga puntual  $Q$  en un punto  $P$  a una distancia  $r$  de dicha carga será:  $V = K \frac{Q}{r}$ . Por lo tanto:

- El potencial en un punto es negativo si la carga que origina el campo es negativa.
- El potencial en un punto es positivo si la carga que origina el campo es positiva.

La unidad de potencial eléctrico en el S.I. es el J/C, unidad que se denomina voltio (V). Puesto que la carga y la distancia, son escalares, el potencial es una magnitud escalar.

#### 5.1. Potencial debido a un sistema de cargas puntuales.

En el caso de tener varias cargas puntuales, el potencial en un punto debido a todas ellas es la suma algebraica de los potenciales originados por cada una de ellas individualmente. Es decir:

$$V_{total} = \sum_{i=1}^n V_i = K \left( \frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} + \dots + \frac{Q_n}{r_n} \right)$$

Y por lo tanto, la energía potencial que adquiere una carga  $Q'$  colocada en dicho punto será:  $E_p = Q'V_{total}$ .

## 5.2. Diferencia de potencial entre dos puntos de un campo eléctrico ( $V_B - V_A$ )

Si colocamos una carga de prueba  $Q'$  en el seno de un campo eléctrico, éste ejercerá una fuerza sobre ella, que realizará un trabajo sobre la carga  $Q'$ . Sabemos que dicho trabajo, por ser la fuerza eléctrica conservativa se puede escribir como la diferencia de una función energía potencial:  $W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p$ .

Teniendo en cuenta la definición de potencial:  $V = \frac{E_p}{Q'} \rightarrow (V_B - V_A)Q' = -W_{A \rightarrow B}$

**La diferencia de potencial entre dos puntos A y B equivale al trabajo que debe realizarse contra el campo para desplazar la unidad de carga testigo desde A hasta B suponiendo que no varía su energía cinética<sup>2</sup>.**

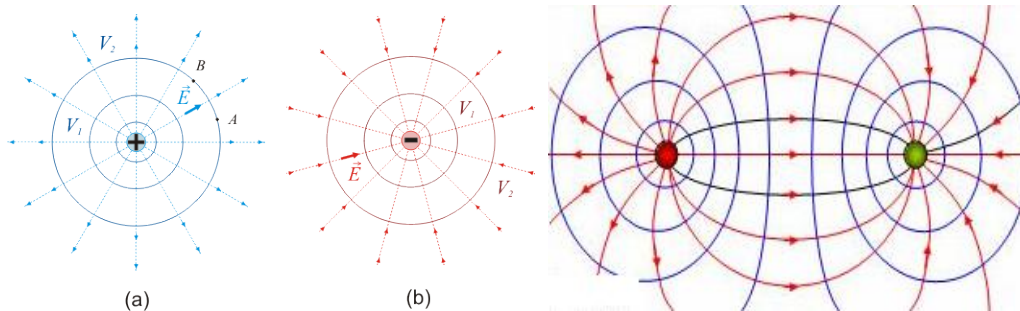
Como  $W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = Q' \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} \rightarrow V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$

**Por lo tanto si conocemos el campo en función de la posición, podemos calcular la diferencia de potencial entre dos puntos.**

De la última expresión se deduce que si la unidad de carga testigo se desplaza siempre en sentido perpendicular al campo, el trabajo es nulo, lo que implica que no hay variación de potencial.

Todos los puntos que tienen el mismo valor del potencial conforman lo que se denomina una **superficie equipotencial**.

Las superficies equipotenciales del campo creado por una carga puntual son esferas centradas en la carga.



<sup>2</sup> La relación entre carga, diferencia de potencial y trabajo, sirve para establecer una nueva unidad de trabajo o energía: el **electronvoltio (eV)**. Se define como el trabajo que se realiza para trasladar a un electrón a través de una diferencia de potencial de 1 V. De este modo:  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

### 5.3. Diferencia de potencial en un campo eléctrico uniforme

Una consecuencia de especial importancia se obtiene de la última expresión que relaciona la diferencia de potencial entre dos puntos con el campo en esa zona si consideramos que el campo eléctrico es uniforme<sup>3</sup>. En este caso,  $\vec{E}$  sale fuera de la integral, obteniendo:  $V_B - V_A = -\vec{E} \int_A^B d\vec{r} = \vec{E} \cdot (\vec{r}_B - \vec{r}_A)$

Si suponemos que el campo está en la dirección del eje X, y  $\vec{r}_B - \vec{r}_A = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k} \rightarrow \vec{E} \cdot (\vec{r}_B - \vec{r}_A) = E(x_B - x_A) \rightarrow V_B - V_A = -Ed$

siendo d la distancia entre los puntos A y B medida en la dirección del campo. De la expresión anterior, se deduce que la intensidad del campo eléctrico se puede medir también en V/m.

## 6. RELACIÓN ENTRE CAMPO Y POTENCIAL

Vamos a establecer a continuación la relación entre una representación escalar del campo (el potencial) y una representación vectorial (vector intensidad de campo eléctrico).

Si consideramos la situación más sencilla en que el campo es constante y en la dirección del eje X, podemos utilizar la expresión anterior:  $V_B - V_A = -E(x_B - x_A)$  o escrito de otra forma:  $\Delta V = -E\Delta x$ .

Si consideramos un desplazamiento muy pequeño, la expresión anterior se transforma a:  $dV = -Edx$ , por lo tanto:

$$E = -\frac{dV}{dx}$$

Hemos obtenido la relación anterior para el caso de un campo uniforme en el eje X, pero podemos extrapolar la relación anterior al resto de las componentes del campo. Así:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad \text{y por tanto:}$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right) = -\vec{\nabla}V^4$$

**Por lo tanto, conociendo el potencial como función de la posición en cada punto de una región, se puede determinar el campo eléctrico en esos puntos.**

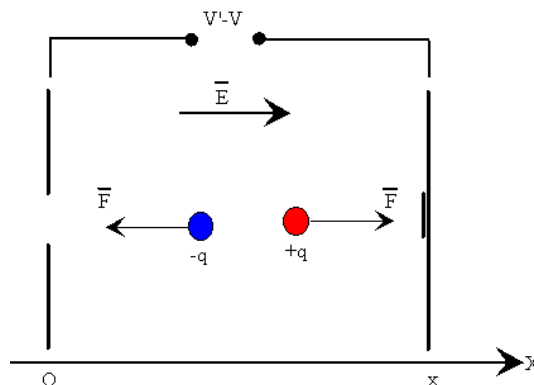
<sup>3</sup> Un campo eléctrico uniforme lo representamos mediante líneas de campo paralelas y equidistantes, dependiendo su densidad del valor del campo. Recuerda que entre las placas de un condensador plano (dos placas paralelas con la misma cantidad de carga en cada una pero de distinto signo), el campo es uniforme.

<sup>4</sup>  $\vec{\nabla}$  se lee gradiente de.

## 7. MOVIMIENTO DE PARTÍCULAS CARGADAS EN UN CAMPO ELÉCTRICO UNIFORME.

### 7.1. Partículas que inciden en la dirección del campo.

Supongamos que una partícula cargada de masa  $m$  y carga  $Q$  entra en una región donde existe un campo eléctrico uniforme,  $\vec{E}$ , con una velocidad inicial  $\vec{v}_0$  que tiene la misma dirección y sentido que el campo. Sobre la partícula actúa una fuerza  $\vec{F} = Q\vec{E}$  en la dirección del campo. Si la carga es positiva, la fuerza tiene el mismo sentido que el campo y se verá acelerada. Si por el contrario la carga es negativa, la fuerza actúa en sentido contrario al movimiento de la carga frenándola. La partícula adquirirá un movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado.



En cualquier caso, el trabajo realizado por dicha fuerza es como ya vimos:  $W=QEd$ .

Teniendo en cuenta el teorema de las fuerzas vivas, la variación en la energía cinética de la partícula será igual al trabajo efectuado por el campo:

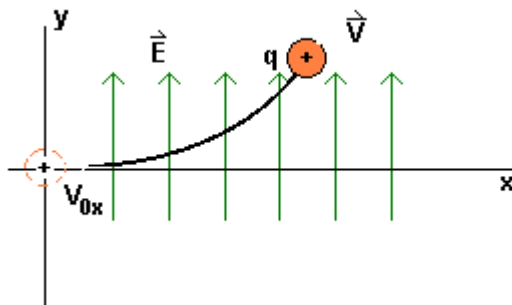
$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = QEd \rightarrow v^2 = v_0^2 + \frac{2QEd}{m}$$

Por lo tanto:

- Si la carga es negativa, su velocidad irá disminuyendo hasta invertir su movimiento.
- Si por el contrario, la carga es positiva. Su velocidad irá aumentando.
- A igualdad de velocidad inicial y carga, alcanzan mayor velocidad las partículas más ligeras.

### 7.2. Movimiento de partículas que inciden perpendicularmente al campo.

Imaginemos ahora, que la partícula anterior, cargada positivamente, entra con velocidad inicial  $v_0\vec{i}$ , en una zona donde existe un campo eléctrico uniforme perpendicular a la velocidad  $E\vec{j}$ . Al entrar en la región del campo, actúa sobre la partícula una fuerza perpendicular a su trayectoria de valor  $F_y = QE$ , en consecuencia la partícula se verá acelerada en la dirección del campo.



El valor de la aceleración será:  $QE = ma_y \rightarrow a_y = \frac{QE}{m}$

Por lo tanto, las ecuaciones de movimiento de la partícula serán:  $x = v_0 t$  ;  $y = \frac{1}{2} \frac{QE}{m} t^2$  y combinándolas podemos obtener la ecuación de la trayectoria que corresponde a una parábola.  $y = \frac{QE}{2mv_0^2} x^2$

De la expresión anterior se deduce que a igualdad de carga y velocidad inicial, las partículas que más se desvían son las más ligeras.

### 7.3. Movimiento de partículas que inciden formando un ángulo $\alpha$ con la dirección del campo.

Escribiremos las ecuaciones de movimiento para cada uno de los ejes:

$$x = v_0 \cos(\alpha) t \quad ; \quad v_x = v_0 \cos(\alpha)$$

$$y = v_0 \sin(\alpha) t - \frac{QE}{2m} t^2 \quad ; \quad v_y = v_0 \sin(\alpha) - \frac{QE}{m} t$$

