ELECTROMAGNETISMO. 24 de febrero de 2016

OPCIÓN A

1. Dos cargas eléctricas puntuales $q_1 = -5\mu C$ y $q_2 = 2\mu C$ ($q_2$está a la derecha), están separadas una distancia de 10 cm. Calcula:
   a) El valor del campo y del potencial eléctrico en un punto B, situado en la línea que une ambas cargas, 20 cm a la derecha de la carga positiva.
   b) El trabajo necesario para trasladar una carga $q_3 = -12\ \mu C$ desde el punto A, punto medio entre las cargas q_1 y q_2, hasta el punto B. ¿Qué fuerza actúa sobre q_3 una vez situada en B?

2. Considera un hilo rectilíneo, muy largo dirigido a lo largo del eje Y, por el que circula una intensidad de corriente I=3 A. A una distancia d=1 m del hilo, una carga $q = 5\mu C$ se mueve inicialmente a la velocidad $\vec{v} = 20\vec{j}$ m/s. Determina:
   a) El valor del campo magnético en el punto en el que se encuentra inicialmente la carga q y la fuerza que ésta experimenta.
   b) La carga que habría que situar en d/2 para compensar la fuerza magnética que ejerce el hilo sobre q en el instante inicial.
   Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} NA^{-2}$; $K = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$

3. Una varilla conductora desliza sin rozamiento con una velocidad de 0,2 m/s sobre unos raíles también conductores separados 2 cm. El sistema se encuentra en el seno de un campo magnético constante de 5 MT, perpendicular y entrante en el plano definido por la varilla y los raíles. Sabiendo que la resistencia del sistema es de 4 Ω, determina:
   a) El flujo magnético en función del tiempo a través del circuito formado por la varilla y los raíles, y el valor de la fuerza electromotriz inducida en la varilla.
   b) La intensidad y el sentido de la corriente inducida.

4. Un protón, acelerado por una diferencia de potencial de 10^5 V, penetra en una región en la que existe un campo magnético uniforme de 2 T, perpendicular a su velocidad.
   a. Dibuja la trayectoria seguida por la partícula y analiza las variaciones de energía del protón desde una situación inicial de reposo hasta encontrarse en el campo magnético.
   b. Calcula el radio de la trayectoria del protón y su periodo y explica las diferencias que encontrarías si se tratara de un electrón que penetrase con la misma velocidad en el campo magnético.
   $e = 1{,}6\ 10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}67\ 10^{-27}$ kg; $m_e = 9{,}1\ 10^{-31}$ Kg

5. Situamos un bloque de 20 kg de masa en la parte inferior de un plano inclinado 30° con respecto a la horizontal y se lanza el bloque para que ascienda una altura de 20 m hasta que se para. En el supuesto de que el coeficiente de rozamiento sea 0,2:
   a) Calcula cuál es la velocidad necesaria al inicio del plano para alcanzar esta altura.
   b) Calcula el incremento de energía potencial y la pérdida de energía cinética.
   c) ¿Deja de cumplirse en este caso, con los valores obtenidos, el principio de conservación de la energía? ¿Por qué?

OPCIÓN B

1. Un electrón que se mueve con una velocidad $\vec{v} = 2 \cdot 10^6 \vec{\imath}$ m/s penetra en una región en la que existe un campo eléctrico uniforme. Debido a la acción del campo, la velocidad del electrón se anula cuando éste ha recorrido 90 cm. Calcula, despreciando los efectos de la fuerza gravitatoria:
   a) El módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico existente en dicha región.
   b) El trabajo realizado por el campo eléctrico en el proceso de frenado del electrón.
   Datos: $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31} kg$; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$

2. Dos hilos conductores A y B, rectilíneos, indefinidos y paralelos se encuentran situados en el vacío y separados entre sí 25 cm. Por ellos circulan, en sentidos opuestos, intensidades de 1 A y 2 A respectivamente. Calcula:
   a) La fuerza magnética por unidad de longitud que experimenta el hilo A debida a la presencia del otro conductor, indicando razonadamente, su dirección y sentido.
   b) Los puntos del plano que contiene los hilos A y B donde el campo magnético creado por ambos hilos es nulo.
   Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} NA^{-2}$;

3. Una espira circular de 2 cm de radio se encuentra en el seno de un campo magnético uniforme B=3,6 T paralelo al eje Z. Inicialmente la espira se encuentra contenida en el plano XY. En el instante t=0, la espira empieza a rotar en torno a un eje diametral con una velocidad angular constante $\omega = 6\, rad \cdot s^{-1}$.
   a) Si la resistencia total de la espira es de 3Ω, determina la máxima corriente eléctrica inducida en la espira e indica para qué orientación de la espira se alcanza.
   b) Obtén el valor de la fuerza electromotriz inducida en la espira en el instante t=3.

4. En el átomo de hidrógeno, el electrón está sometido al campo eléctrico y gravitatorio creado por el protón.
   a. Dibuja las líneas del campo eléctrico creado por el protón así como las superficies equipotenciales.
   b. Calcula la fuerza electrostática con que se atraen ambas partículas y compárala con la fuerza gravitatoria entre ellas, suponiendo que ambas partículas están separadas una distancia de 5,2 10^{-11} m.
   c. Calcula el trabajo realizado por el campo eléctrico para llevar al electrón desde un punto P_1, situado a 5,2 10^{-11} m del núcleo, a otro punto P_2, situado a 8 10^{-11} m del núcleo. Comenta el signo del trabajo.
   d. Indica todas las semejanzas y diferencias entre las interacciones gravitatoria y electrostática.

5. La nave espacial Apolo 11 orbitó alrededor de la Luna con un periodo de 119 minutos y a una distancia media del centro de la Luna de 1,8 10^6m. Suponiendo que su órbita fue circular y que la Luna es una esfera uniforme:
   a. Determina la masa de la Luna y la velocidad orbital de la nave.
   b. ¿Cómo se vería afectada la velocidad orbital si la masa de la nave espacial se hiciese el doble?
   c. ¿Qué energía fue necesario comunicarle a la nave para colocarla en su órbita? (Deja la solución en función de la masa de la Luna).

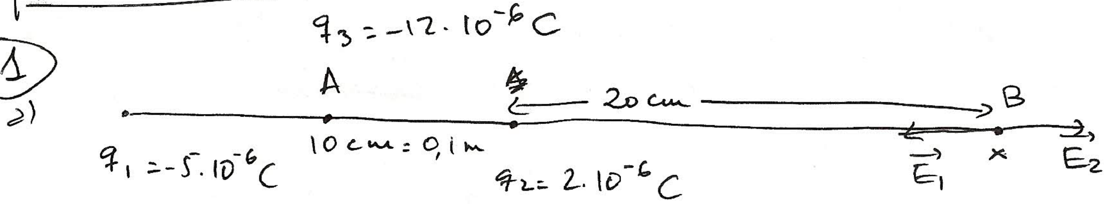
   $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} N\, m^2 Kg^2$; $R_L = 1{,}74\ 10^6 m$

Electromagnetismo - Febrero 16

OPCIÓN A

(1)

a)



$\vec{E}_1 = -K\cdot\frac{5\cdot10^{-6}}{0,3^2}\vec{i} = -5\cdot10^5 \frac{N}{C}\vec{i}$ $\quad$ $\vec{E}_2 = K\cdot\frac{2\cdot10^{-6}}{0,2^2}\vec{i} = 4,5\cdot10^5\frac{N}{C}\vec{i}$

$\boxed{\vec{E}_T = -5\cdot10^4\vec{i}\frac{N}{C}}$

$V_1 = \frac{-K\cdot5\cdot10^{-6}}{0,3} = -1,5^5$ V $\quad$ $V_2 = \frac{K\cdot2\cdot10^{-6}}{0,2} = 9\cdot10^4$ V

$V_T = -1,5\cdot10^5 + 9\cdot10^4 \Rightarrow \boxed{V_{T_B} = -6\cdot10^4 \text{ V}}$

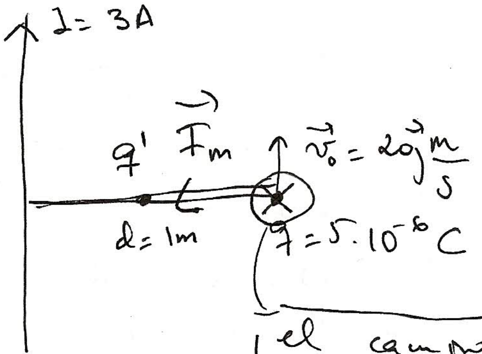
b) $V_A = \frac{K\cdot(-5\cdot10^{-6})}{0,05} + \frac{K\cdot2\cdot10^{-6}}{0,05} = \boxed{-5,4\cdot10^5 \text{ V} = V_A}$

$W = -12\cdot10^{-6}\cdot(-5,4\cdot10^5 - (-6\cdot10^4)) = \boxed{5,76 \text{ J}}$

$F = -12\cdot10^{-6}\cdot(-5\cdot10^4\vec{i}) = \boxed{0,6\vec{i} \text{ N}}$ → fuerza positiva (dirigida en sentido contrario al campo total en el punto B, porque la carga es negativa).

---

(2)



el campo creado por el hilo en el punto donde inicialmente está la carga es entrante, según la regla de la mano derecha I

$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot3}{2\pi\cdot1} = -6\cdot10^{-7}\vec{k}$ T

consideramos el campo entrante, negativo

$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B} =$

$5\cdot10^{-6}\cdot20\cdot6\cdot10^{-7} =$

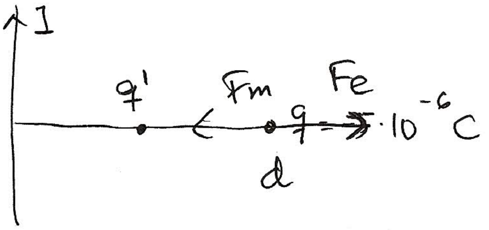
$\cancel{= -6\cdot10^{-4}\vec{j} N}$

$\boxed{\vec{F} = -6\cdot10^{-11}\vec{j} \text{ N}}$

↓

la dirección y sentido de la fuerza sobre la carga, regla de la mano derecha I.

b)

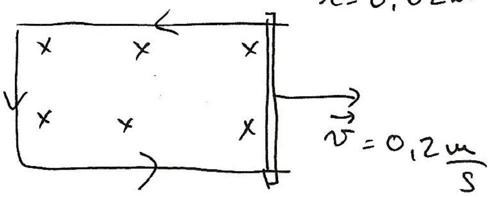


Para que la fuerza eléctrica compense a la magnética, la carga en $d/2$ debe ser ~~po~~ ~~negativa~~ positiva

$$6\cdot10^{-11} = 9\cdot10^{9}\cdot\frac{5\cdot10^{-6}\cdot q'}{0{,}5^2} \rightarrow \boxed{q' = +3{,}\hat{3}\cdot10^{-16}\ C}$$

---

(3)



$l = 0{,}02\ m$ $\quad B = 5\cdot10^{-3}\ T$ $\quad R = 4\ \Omega$

$$\phi = B\cdot S = B\cdot l\cdot v\cdot t$$

$$\phi(t) = 5\cdot10^{-3}\cdot 0{,}02\cdot 0{,}2\cdot t$$

$$\boxed{\phi(t) = 2\cdot10^{-}\,t\ Wb}$$

$$\varepsilon = -B\cdot l\cdot v = 5\cdot10^{-3}\cdot 2\cdot10^{-2}\cdot 0{,}2 = \cancel{-10^{-4}\ V = \varepsilon} \qquad \boxed{\varepsilon = -2\cdot10^{-5}\ V}$$

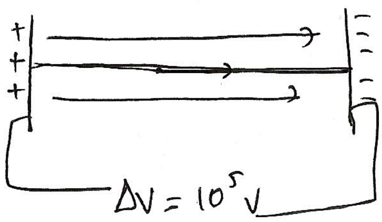
b) $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{2\cdot10^{-5}}{4} = \cancel{2{,}5}\ 5\cdot10^{-6}\ A$

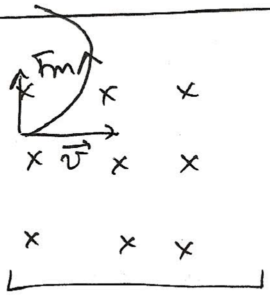
Al desplazar la varilla hacia la derecha, aumenta el nº de líneas entrantes a través de la espira. El campo creado por la corriente inducida debe producir líneas salientes, por lo tanto ~~la~~ el sentido de la corriente debe ser antihorario.

---

(4)

(a)





Trayectoria rectilínea en el campo eléctrico

Al llegar al campo magnético, recorre una circunferencia en sentido antihorario

En el campo eléctrico, el protón es acelerado, por lo tanto aumenta su ~~E~~ energía cinética a costa de la energía potencial eléctrica (el campo $\vec{E}$ está realizando trabajo sobre el protón para acelerarlo. Al entrar en $\vec{B}$, la velocidad se mantiene constante, la energía cinética se mantiene.

Para calcular la velocidad con la que el protón entra en el campo magnético $\Rightarrow$ $\boxed{q\cdot\Delta V = \Delta E_c}$

$$1{,}6\cdot10^{-19}\cdot10^{5}=\frac{1}{2}\cdot1{,}67\cdot10^{-27}\cdot v^{2}\quad\rightarrow\quad v=\sqrt{\frac{2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\cdot10^{5}}{1{,}67\cdot10^{-27}}}$$

$$\boxed{v=4{,}4\cdot10^{6}\,\frac{m}{s}}$$ → velocidad con la que el protón entra en la zona de campo magnético.

b) $$\frac{mv^{\cancel{2}}}{r}=q\cancel{v}B \qquad r=\frac{mv}{qB}\qquad r=\frac{1{,}67\cdot10^{-27}\cdot4{,}4\cdot10^{6}}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot2}\Rightarrow$$

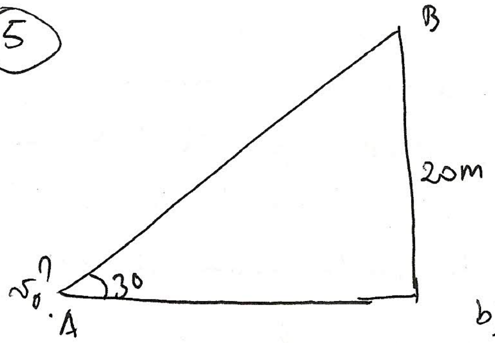
$$\boxed{r=2{,}3\cdot10^{-2}\,m}\qquad \cancel{v}=\frac{m\,2\pi\cdot\cancel{r}}{T\cdot qB}\qquad T=\frac{2\pi m}{qB}$$

$$T=\frac{2\pi\cdot1{,}67\cdot10^{-27}}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot2}\qquad \boxed{T=3{,}3\cdot10^{-8}\,s}$$

Si fuera un electrón el que entra en el campo magnético, la fuerza magnética actuaría en sentido contrario invirtiendo el sentido de la trayectoria, que sería horario.
Al ser la masa del electrón más pequeño que la del protón, el radio ~~de~~ sería menor (unas 2000 veces menor) e igualmente el periodo.

---

(5)



a) $$E_{C_A}+W_{R\,A\to B}=E_{P_B}\qquad \operatorname{sen}30=\frac{20}{x}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\cdot v_A^{2}+0{,}2\cdot\cancel{m}\cdot10\cdot\cos30^\circ\cdot40\cos180=\cancel{m}\cdot10\cdot20\qquad x=40\,m$$

$$v_A=\sqrt{(200+40\sqrt{3})\cdot2}\qquad \boxed{v=\cancel{20{,}34}\ 23{,}2\,\frac{m}{s}}$$

b) $$\Delta E_p=m\cdot g\cdot h\Rightarrow\ \Delta E_p=20\cdot10\cdot20=4000\,J$$

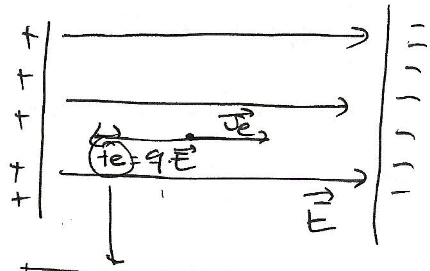
$$-\Delta E_c=-\frac{1}{2}mv^{2}\Rightarrow -\frac{1}{2}\cdot20\cdot20{,}34^{2}=\underline{4137{,}156\,J}$$

Pierde toda la $E_c=4137{,}156\,J$, y sólo gana 4000 J de E_p. La diferencia se ha perdido en ~~el~~ el trabajo que hace la fuerza de rozamiento. $\underline{W_{Fr}=137{,}156\,J}$

c) El teorema de conservación de la energía se cumple cuando sólo actúan fuerzas conservativas. Si tenemos rozamiento (fuerza no conservativa), se pierde energía.

OPCIÓN B

1



$\boxed{\text{La fuerza eléctrica sobre el electrón tiene sentido contrario al campo, por ser } \cancel{\text{éste}} \text{ negativo}}$

La aceleración del electrón podemos calcularla a partir de:

$$\cancel{v_f^2}^{\,0} = v_0^2 + 2a\cdot e$$

$$a = -\frac{v_0^2}{2e} \qquad a = -\frac{(2\cdot 10^6)^2}{2\cdot 0{,}9}$$

$$a = -2{,}\hat{2}\cdot 10^{12}\ \frac{m}{s^2}$$

$F_e = m\cdot a$ → la fuerza eléctrica es la única que actúa sobre el electrón.

↓

$$E = \frac{m\cdot a}{q} \rightarrow$$

$$E = \frac{9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot 2{,}\hat{2}\cdot 10^{12}}{1{,}6\cdot 10^{-19}} \qquad \cancel{E = 6{,}33\cdot 10^{-6}\ \frac{N}{C}}$$

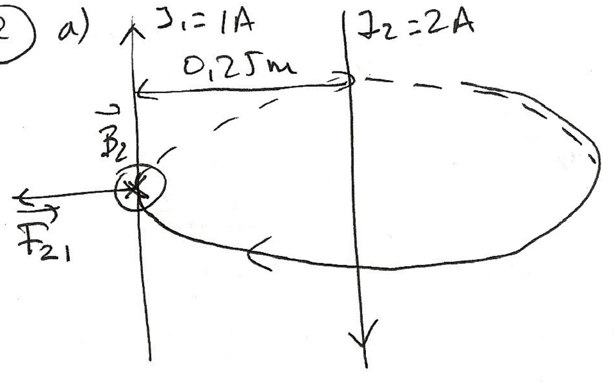
$$\boxed{E = 12{,}65\ \frac{N}{C}}$$

módulo de $\vec{E}$. La dirección y sentido, en el dibujo.

b) $W = F\cdot \Delta r\cdot \underbrace{\cos 180}_{\text{fuerza eléctrica se opone al movimiento del electrón}} = \overbrace{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 12{,}65}^{F_e}\cdot 0{,}9\cdot \cos 180 \Rightarrow \boxed{W = 1{,}82\cdot 10^{-18}\ J}$

---

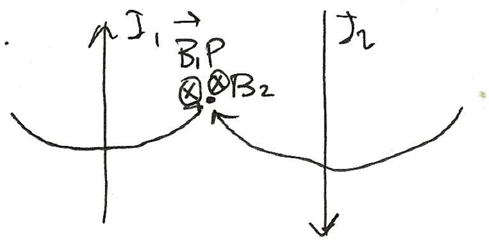
2 a)



Según la regla de la mano derecha (II), el campo $\vec{B}_2$ creado por el hilo 2 en un punto del hilo 1, es entrante. Según la regla de la mano derecha (I), la F_{21} (fuerza que el campo B_2, producido por el hilo 2) ~~sobre el hilo~~ 1 ejerce sobre el hilo 1), sería repulsiva

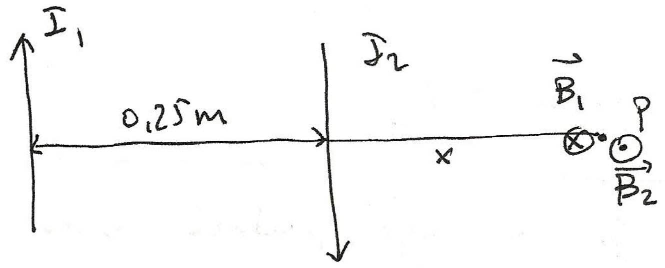
$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \qquad \frac{F}{l} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 1\cdot 2}{2\pi\cdot 0{,}25} \qquad \boxed{\frac{F}{l} = 1{,}6\cdot 10^{-6}\ \frac{N}{m}}$$

b) Según la regla de la mano derecha (II), el campo ~~es~~ no podría anularse en ningún punto, entre los hilos, porque los campos serían entrantes.



El campo se anulará en la zona externa a los hilos

5



Según la regla de la mano derecha (II), en un punto como el P, el campo creado por el hilo 1 sería entrante y el creado por el hilo 2, saliente.

Si cogemos el punto, a la izda de los hilos, se invierten los sentidos de los campos y también podría anularse.

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot 1}{2\pi(0{,}25+x)} \qquad B_2 = \frac{\mu_0 \cdot 2}{2\pi \cdot x}$$

Campo creado por el hilo 1 en el punto P

Campo creado por el hilo 2 en el punto P.

Como uno B_1 entra y B_2 sale, para que el campo total sea nulo, los módulos deben ser iguales:

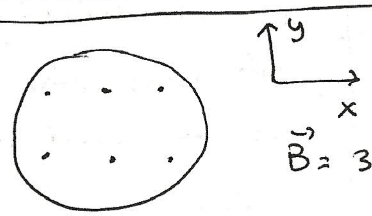
$$\frac{\cancel{\mu_0} \cdot 1}{\cancel{2\pi}(0{,}25+x)} = \frac{\cancel{\mu_0} \cdot 2}{\cancel{2\pi} \cdot x} \qquad x = 0{,}5 + 2x \qquad x = -0{,}5\,m$$

a la izda de los hilos, pero también sería válido a la derecha de los hilos

$\boxed{\text{Se anulará el campo, en las líneas que distan 0,5 m de cada uno de los hilos}}$

---

3 a)



$\vec{B} = 3{,}6\,\vec{k}$ T

$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0{,}02^2 = 2\cdot10^{-4}\pi$ m^2

$\phi = 3{,}6 \cdot 2\cdot10^{-4}\pi \cdot \cos 6t$ Wb

$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} \rightarrow \mathcal{E} = +3{,}6\cdot2\cdot10^{-4}\pi\cdot6\cdot\sin 6t$ V

Según la ley de Ohm $\mathcal{E} = I \cdot R \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow$

$I = \frac{3{,}6\cdot2\cdot10^{-4}\pi\cdot6\cdot\sin 6t}{3}$ → La intensidad máxima, ocurre cuando $\sin 6t = 1$ ~~$\mathcal{E}t$~~ ⇒

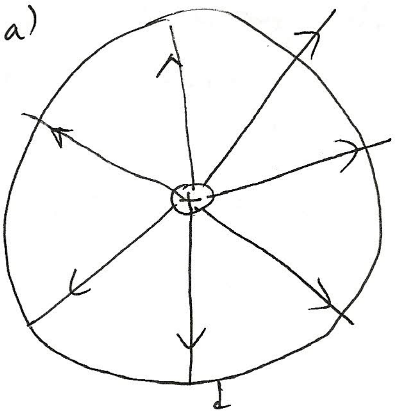
$I = \frac{3{,}6\cdot2\cdot10^{-4}\pi\cdot6}{3} = \boxed{4{,}83\cdot10^{-3}\,A}$

El valor máximo de I, y por lo tanto de $\mathcal{E}$ (las dos magnitudes van "en fase"), ocurre para el $\phi = 0$ que es cuando el plano de la espira es paralelo al campo.

b) $\mathcal{E}(B) = 3{,}6 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \pi \cdot 6 \cdot \sin 18 = \underline{3{,}79 \cdot 10^{-3}\ V}$

---

4 a)



superficie equipotencial.

El protón es una carga puntual $\Rightarrow$ las líneas de campo son radiales y salientes de la carga, por ser el protón positivo. Las superficies equipotenciales son superficies que tienen el mismo potencial. En el caso de la carga puntual, $V = \pm K \frac{q}{r} \rightarrow$ sólo depende de la distancia a la carga. Las superficies equipotenciales son por lo tanto esferas centradas en la carga.

b) $F_e = K \cdot \frac{q_p \cdot q_e}{r^2}$ $\qquad F_e = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{(5{,}2 \cdot 10^{-11})^2}$ $\qquad \boxed{F_e = 8{,}52 \cdot 10^{-8}\ N}$

fuerza eléctrica entre protón y electrón.

$F_G = G \cdot \frac{m_p \cdot m_e}{r^2} \Rightarrow F_G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}}{(5{,}2 \cdot 10^{-11})^2}$

$\boxed{F_G = 3{,}75 \cdot 10^{-47}\ N}$ $\rightarrow$ fuerza gravitatoria entre protón y electrón

$\frac{F_e}{F_G} = \frac{8{,}52 \cdot 10^{-8}}{3{,}75 \cdot 10^{-47}} \Rightarrow \frac{F_e}{F_G} = 2{,}3 \cdot 10^{39} \Rightarrow$ la fuerza eléctrica es $\simeq 10^{39}$ veces más intensa que la gravitatoria

c) $W = q_e \cdot (V_1 - V_2) = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (27{,}7 - 18) = \boxed{-1{,}55 \cdot 10^{-18}\ J}$

$V_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}}{5{,}2 \cdot 10^{-11}} \Rightarrow \underline{V_1 = 27{,}7\ V}$

El trabajo es realizado contra el campo.

$V_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}}{8 \cdot 10^{-11}} \Rightarrow \underline{V_2 = 18\ V}$

d) Semejanzas — proporcionales a carga/masa (origen de la interacción), e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre las cargas.

Ambas son fuerzas centrales, conservativas y cumplen la ley de acción - reacción. Ambas son de largo alcance.

La fuerza gravitatoria siempre es atractiva. La eléctrica depende de las cargas

<u>Diferencias</u> - Intensidades distintas - la fuerza eléctrica es mucho más intensa que la gravitatoria. Esta diferencia de intensidad viene determinada por la diferencia en los valores de las constantes de proporcionalidad.

En el vacío: $k = 9 \cdot 10^9 \ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

Además G, es una constante universal, su valor es siempre el mismo, independiente del medio, mientras que K depende del medio $\rightarrow \boxed{k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}$ / $\varepsilon_0 \rightarrow$ constante dieléctrica del medio

---

(5) a) $T = 119 \ min = 7140 \ s$

$R_{OR} = 1{,}8 \cdot 10^6 \ m$

$v_{OR} = \frac{2\pi R_{OR}}{T}$ $\quad v_{OR} = \frac{2\pi \cdot 1{,}8 \cdot 10^6}{7140} \Rightarrow$

$\boxed{v_{OR} = 1583{,}99 \ m/s}$

$v_{OR} = \sqrt{\frac{G \cdot M_L}{R_{OR}}} \Rightarrow M_L = \frac{v_{OR}^2 \cdot R_{OR}}{G}$

$\boxed{M_L = 6{,}77 \cdot 10^{22} \ Kg}$

b) La masa de la nave no influye en la velocidad orbital.

c) Utilizamos la conservación de la energía, ya que la fuerza gravitatoria es conservativa.

$E_c + (E_p)_S = E_{OR}$ $\quad E_c + \left(-\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}77 \cdot 10^{22} \cdot m_n}{1{,}74 \cdot 10^6}\right) = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}77 \cdot 10^{22} \cdot m_n}{2 \cdot 1{,}8 \cdot 10^6}$

$E_c = 2{,}6 \cdot 10^6 \cdot m_n - 1{,}25 \cdot 10^6 \cdot m_n$

$\boxed{E_c = 1{,}35 \cdot 10^6 \, m_n \ J}$