|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| LogoMin | MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO | **IES La Palma** |

Si consideramos un cuerpo que se mueve con velocidad variable ¿Cómo podemos calcular el valor de la velocidad en un instante determinado (por ejemplo para t =5 s)?

1 s

6 s

5 s

4 s

3 s

2 s

7 s

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 m |  |  | 4 m |  |  |  |  |  | 9 m |  |  |  |  |  | 16 m |  |  |  |  |  |  |  |  | 25 m |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 36 m |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 49 m |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

La pregunta no es fácil de contestar si pensamos cómo calculamos la velocidad (en realidad su módulo):

Observamos el móvil durante cierto tiempo y dividimos el espacio recorrido entre el tiempo que ha tardado en recorrerlo. Esto implica que hemos de tomar un intervalo de tiempo (por ejemplo: 1 s), pero como su velocidad varía, lo que realmente estamos calculando será la velocidad media entre el instante t = 5,0 y t = 6,0 s. Esto es, la velocidad constante a la que debe moverse el móvil para recorrer el espacio considerado en el mismo tiempo.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 5 s |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 6 s |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 25 m |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 36 m |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

¿Qué ocurrirá si hacemos más pequeño el intervalo de tiempo? Seguiremos calculando una velocidad media, pero el resultado se aproximará más al valor buscado.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 5,0 s |  |  |  |  | 5, 5 s |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 25,00 m |  |  |  |  | 30, 25 m |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Podemos reiterar el procedimiento e ir estrechando cada vez más el intervalo de tiempo. De esta manera **vamos obteniendo el valor de la velocidad media entre dos puntos que están cada vez más próximos** y, en consecuencia, el valor obtenido se ira aproximando más y más al que la velocidad tendría en el instante t = 5 s.

¿Qué ocurriría si lográsemos calcular esta velocidad media entre dos puntos infinitamente próximos? Entonces obtendríamos la velocidad en el instante t = 5 s, con un error infinitamente pequeño (infinitesimal). Esto se puede lograr mediante un procedimiento matemático denominado “paso al límite”, que forma parte del llamado cálculo infinitesimal.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 5,00 s |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 5, 01 s |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 25,00 m |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 25,10 m |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 5,000 s |  |  |  |  |  |  |  | 5, 001 s |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 25,00 m |  |  |  |  |  |  | 25, 01m |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |



Velocidad instantánea (módulo):



Se lee: *“límite de incremento de s, dividido por incremento de t, cuando incremento de t tiende a cero”* o (segunda igualdad) *“derivada de s respecto de t”.*









Usemos ahora vectores para poder dar una definición completa del ***vector velocidad*** (media e instantánea).

Cuando un móvil se desplaza, desde un punto1 a otro 2, el vector de posición toma los valores y (ver figura ). El vector

se llama **vector desplazamiento.**

**El vector velocidad media** se define entonces como:







El vector velocidad media viene dado por tanto como producto de un número, , por un vector, . El resultado será un vector:

* ***De módulo*** . Como coincide con el espacio recorrido ( ), podemos decir que su módulo es (***rapidez*** con que se recorre el espacio).
* ***Su dirección y sentido*** son los de .



Si la trayectoria es una curva, hemos de hacer algunas (importantes) consideraciones:

* (ver figura).
* El cociente  o **rapidez, ya no es el módulo de la velocidad media.**
* Por tanto, .

es el espacio recorrido **medido sobre la trayectoria.**











es el módulo del vector



Si partiendo de la situación anterior vamos aproximando cada vez más los puntos, **la dirección de la velocidad media se acerca más y más a la tangente a la curva, e  se aproxima a ** (ver esquema abajo)

**“En el límite” (cuando ), =, la velocidad media se convierte en instantánea y su dirección coincidirá con la de la tangente en el punto considerado.**

Con trazo continuo se representa el vector y con puntos el vector



Dirección de la tangente



es el espacio medido sobre la trayectoria

**Se define el vector velocidad instantánea como**: ;

* Lleva la dirección de la tangente.
* Su módulo coincide con la rapidez:

donde ut es un vector unitario en la dirección de la tangente a la trayectoria en el punto considerado.



**Resumen:**



Vector velocidad instantánea

Dirección y sentido:

El de la tangente en el punto considerado

Módulo:

La derivada de s con respecto de t



Vector velocidad media

Dirección y sentido:

los de

Módulo:



**Nota**

Realmente la expresión dada anteriormente, define el vector aceleración media.

Si el movimiento considerado es tal que la aceleración no es constante, deberíamos distinguir entre aceleración media e instantánea, que se definiría de una manera análoga a lo hecho en el caso de la velocidad:



**Concepto de aceleración**

Si estamos estudiando el movimiento de un cuerpo que varía su velocidad, necesitamos definir una magnitud que nos dé ***la rapidez con la cual varía la velocidad***. Esta magnitud es la aceleración. Se define el vector aceleración:



**Moviendo uniformemente acelerado**

**Un cuerpo se mueve con movimiento uniformemente acelerado si:**

La constancia del vector aceleración, implica que se mantenga ***invariable en módulo , dirección y sentido***.



**¿Cómo se mueve un objeto para el cual ?**

La pregunta no es fácil de responder, ya que la trayectoria seguida depende del vector velocidad inicial.

Veamos algunos ejemplos:



**Objeto parado que comienza a acelerar hacia la derecha.**

El objeto se moverá en línea recta alejándose cada vez a más velocidad.



**Objeto que se mueve inicialmente hacia la izquierda, sometido a una aceleración hacia la derecha.**

El objeto se mueve en línea recta e irá disminuyendo su velocidad hasta que se pare y luego comenzará a moverse con velocidad creciente hacia la derecha.

**Objeto que se lanza paralelamente al suelo.**

El vector velocidad inicial es paralelo al suelo.

El vector aceleración (aceleración de la gravedad) es constante en módulo (10 m/s2), dirección (perpendicular al suelo) y sentido (hacia abajo).



**X**

**Y**

**Objeto que se lanza hacia arriba con un cierto ángulo.**

El vector velocidad inicial forma un ángulo α con la horizontal.

El vector aceleración (aceleración de la gravedad) es constante en módulo (10 m/s2), dirección (perpendicular al suelo) y sentido (hacia abajo).

**X**

**Y**



α

**Movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado**

**Un cuerpo se moverá con movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado si y su velocidad inicial es nula (v0 = 0) o tiene la misma dirección que el vector aceleración.**

Si se cumplen estas condiciones el cuerpo se mueve variando su velocidad de manera uniforme (siempre la misma cantidad en la unidad de tiempo) y la trayectoria descrita será una línea recta.



Observa que en el mismo intervalo de tiempo (1 s) cada vez recorre más espacio, ya que la velocidad va aumentando.

1 m

9 m

4 m

16 m

25 m

1 s

6 s

5 s

4 s

3 s

2 s

36 m

2 m/s

4 m/s

6 m/s

8 m/s

12 m/s

10 m/s

La velocidad aumenta siempre lo mismo en 1 s. La aceleración es constante. La velocidad aumenta linealmente con el tiempo.

**Ecuaciones del movimiento**

Como el movimiento tiene lugar según una línea recta podemos prescindir de la notación vectorial y escribir sencillamente:

s = s0 + v0 t + ½ a t 2v = v0 + a t

Donde:

v0 = velocidad cuando t =0

s0 = distancia al origen cuando t =0

s = distancia al origen (puede que no coincida con el espacio recorrido)

t = 0, indica *cuando empieza a contarse el tiempo* (*cuando se pone en marcha el cronómetro).*



v2

v1

**t**



∆ v= v2 – v1

∆ t= t2 – t1

**v**

⦁

⦁

t2

t1

s0 = 0

a2 > a1

a2

a1

**s**

**t**

**La gráfica s/t es una parábola.**

La aceleración es positiva si la parábola se abre hacia arriba y negativa si lo hace hacia abajo.

Cuanto más cerrada sea la parábola, mayor aceleración.

El desplazamiento inicial s0 se determina viendo el punto de corte con el eje “s”.

Para calcular la aceleración del movimiento, hay que calcular la pendiente de la recta

**La gráfica v - t es una recta**. La inclinación de la recta depende de la aceleración.

Para calcular v 0 hay que determinar el punto de corte de la recta con el eje “v”

**Para escribir las ecuaciones de un movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado:**

* Fija el origen a partir del cual se va a medir la distancia.
* Fija el sentido al que se le asigna signo positivo.
* Determina el valor de las constantes del movimiento: **a, s0 , v0**.
* Adapta las ecuaciones generales al caso particular sustituyendo los valores de **a, s0 , v0** para el caso considerado.

Ten en cuenta que, aunque no usemos notación vectorial, las magnitudes que estás usando: distancia al origen, velocidad, aceleración, son **vectores**. Por tanto, además de un valor (el número), tienen una dirección y un sentido; el signo nos indica el sentido del vector (hacia adonde apunta la flecha).

**Ejemplo 1.**

Escribe las ecuaciones que describen el movimiento del punto de la figura

**t = 0**

v= 20 m/s



a = 5 m/s2

**Solución:**

Ecuaciones generales para el movimiento:

v = v0  + a t

s = s0 + v0 t + ½ a t2

Se toma como origen de distancias la línea vertical.

Sentido positivo hacia la derecha.

Determinación de s0: ¿ A qué distancia del origen está el punto cuando t =0? s0  = 100 m

Determinación de v0: ¿Cuál es la velocidad del punto cuando t =0? v0 = 20 m/s

Determinación de la aceleración: a = - 5 m/s2 (signo menos, ya que apunta hacia la izquierda).

Ecuaciones particulares para este movimiento:

v = 20 - 5 t

s = 100+ 20 t - 2,5 a t2

Una vez escritas las ecuaciones se pueden resolver prácticamente todas las cuestiones que se quieran plantear. Solamente hay que *traducir* de nuestro lenguaje al *lenguaje de la ecuación* que solamente sabe de valores de s, v ó t.

Ejemplos: ¿Cuánto tarda en frenar el punto del ejemplo anterior?.

Traducción al *lenguaje ecuación*: ¿qué valor toma t cuando v =0?

Si v = 0 ; 0 = 20 – 5 t ;



¿Cuál es su velocidad al cabo de 5,3 s?

Traducción *al lenguaje ecuación:* ¿qué valor toma v cuando t = 5,3 s?

Si t = 5,3 s ; v = 20 – 5 . 5,3 = - 6,5 m /s (el signo menos indica que se desplaza hacia la izquierda; después de frenar ha dado la vuelta)