FÍSICA 2º BACHILLERATO

BLOQUE TEMÁTICO: ONDAS

FENÓMENOS ONDULATORIOS

Contenidos:

1) Principio de Huygens
2) Reflexión de las ondas
3) Refracción de las ondas
4) Difracción y polarización
5) Superposición de ondas: interferencias
6) Superposición de ondas: ondas estacionarias

---

1) PRINCIPIO DE HUYGENS

① Para explicar muchos fenómenos ondulatorios se hace uso del principio propuesto en 1678 por el físico y astrónomo Christiaan Huygens (1629-1695).

② Se trata de un método geométrico que Huygens ideó para explicar el carácter ondulatorio de la luz y que puede ser aplicado por extensión a todo tipo de ondas.

③ Definiciones previas:

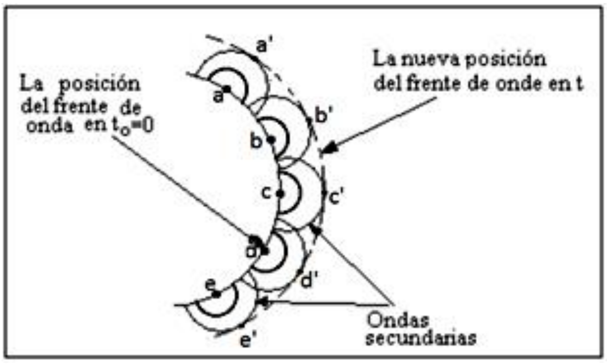
- *Frente de ondas:* es la superficie constituida por todos los puntos de un medio transmisor de ondas que en un momento dado vibran en concordancia de fase.

- *Rayo:* es la recta que indica la dirección de propagación del movimiento ondulatorio. Desde un foco emisor de ondas se pueden dibujar tantos rayos como direcciones de propagación existan.

④ *Principio de Huygens*

Todo punto de un frente de onda es centro emisor de nuevas ondas elementales cuya envolvente es el nuevo frente de onda.

⑤ Explicación del avance de una onda según el principio de Huygens.



- Supongamos los puntos a, b, c, d y e de un frente de onda en $t_o = 0$ (ver figura).

- Cada uno de estos puntos está animado de un movimiento armónico simple.

- Al ser estos puntos de un mismo frente de onda su m.a.s. tiene la misma fase para todos sus puntos.

- Estos puntos son a su vez centros

emisores de nuevas ondas secundarias.

-Al cabo de un cierto tiempo, todas las ondas secundarias han recorrido la misma distancia y alcanzan los puntos a', b', c', d' y e', que están en fase entre sí, formando, por tanto, un nuevo frente de ondas.

⑥ Fenómenos ondulatorios que se pueden explicar con el principio de Huygens (entre otros):

- Reflexión
- Refracción
- Polarización
- Difracción

2) REFLEXIÓN DE ONDAS

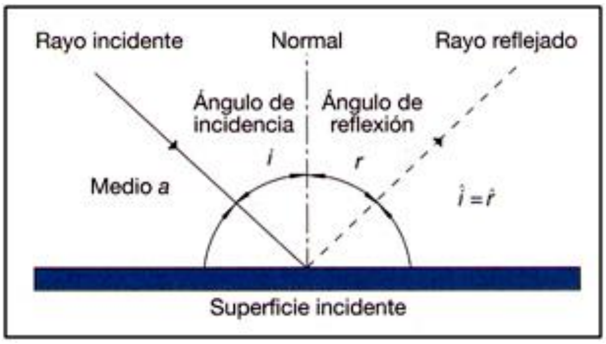
① La reflexión es un fenómeno propio de cualquier tipo de ondas.

La reflexión de una onda se define como el cambio de dirección dentro del mismo medio que experimentan las ondas al incidir sobre la superficie de separación de dos medios.

Se produce reflexión de ondas, por ejemplo, cuando la luz incide sobre un espejo, el eco de un sonido, etc.

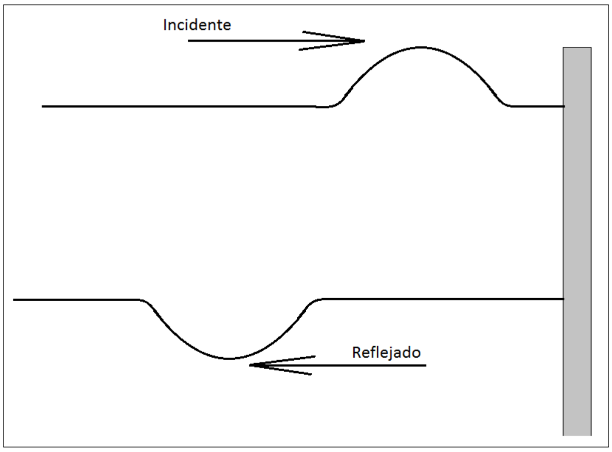
② La reflexión de las ondas cumple las siguientes leyes, conocidas como leyes de Snell para la reflexión (las leyes de la reflexión en la luz, que son las mismas, se conocen desde la antigüedad).

1ª) El ángulo de incidencia y el ángulo de reflexión son iguales.
2ª) Los rayos incidente y reflejado están en el mismo plano.



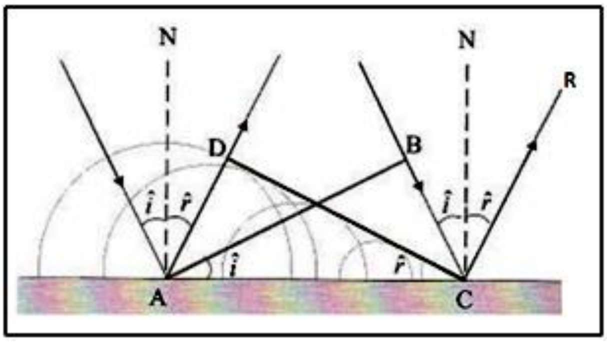
En la figura se muestra la reflexión de una onda al incidir sobre una superficie. Los frentes de onda no aparecen dibujados si bien la dirección de propagación de los mismos viene dada por los correspondientes rayos incidente y reflejado. Se puede observar que se llama ángulo de incidencia, $\hat{\imath}$, al ángulo que forma el rayo incidente con la normal en el punto de la superficie de separación sobre el que incide la onda. De la misma manera, el ángulo reflejado, $\hat{r}$, es el ángulo que forma el rayo que parte del punto de incidencia con la normal a dicho punto.

③ En determinadas situaciones, por ejemplo un pulso que se transmite por una cuerda, hay una diferencia entre la onda incidente y la onda reflejada: están desfasadas en 180º. Por ejemplo, supongamos un pulso que viaja por una cuerda tensa que está sujeta a una pared. Al reflejarse dicho pulso en la pared ocurre lo que se observa en la figura siguiente,



Para su explicación se tiene en cuenta el tercer principio de la dinámica (principio de acción-reacción). Cuando el pulso llega al soporte de la cuerda sobre la pared, al ser este medio más rígido que la cuerda, ésta ejerce una fuerza hacia arriba sobre el soporte. Como reacción el soporte ejerce una fuerza hacia abajo sobre la cuerda que provoca la inversión del pulso.

④ Las leyes de la reflexión se pueden demostrar según el principio de Huygens. Se trata de una demostración geométrica (esta demostración se considera ampliación respecto de los contenidos de la asignatura de Física de 2º de Bachillerato).



La reflexión de una onda es el rebote que experimenta cuando llega a un obstáculo grande, como una pared. Aunque el obstáculo absorba parte de la energía recibida se produce también reflexión en la que se transmite de vuelta parte de la energía a las partículas del medio incidente.

En la figura adjunta se representa un frente de ondas plano llegando a una superficie horizontal con un cierto ángulo $\hat{\imath}$ de incidencia. De acuerdo con el principio de Huygens, cuando el frente de ondas empieza a "tocar" la superficie, el punto A se convierte en un nuevo foco que emite ondas secundarias y según transcurre el tiempo y el frente AB va incidiendo, repiten este comportamiento todos los puntos de la superficie comprendidos entre A y C. El frente de ondas reflejado, DC, es el envolvente de las ondas secundarias que se han ido emitiendo durante un tiempo igual al periodo desde el tramo AC de la pared.

En la figura se observa que:

$$\hat{\imath} = \hat{r}$$

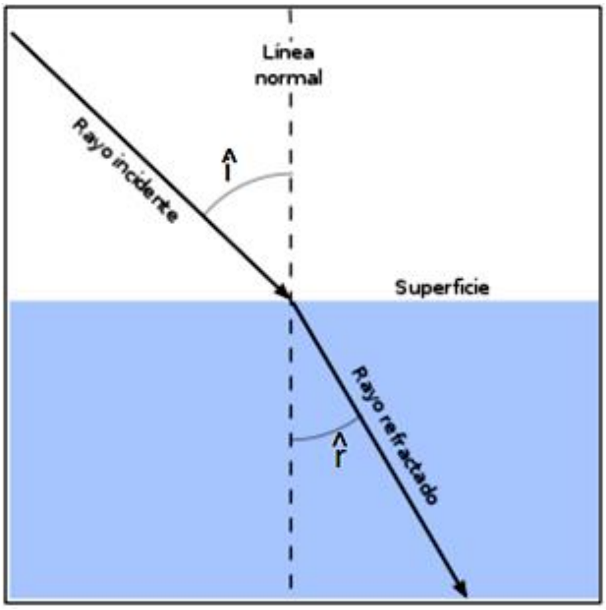
porque son semejantes los triángulos ADC y ABC, ya que su hipotenusa (AC) es común y los catetos AD y BC son idénticos (la velocidad de la onda no cambia pues no se ha cambiado de medio).

3) REFRACCIÓN DE ONDAS

La refracción se produce cuando una onda llega a la superficie de separación entre dos medios de propagación distintos. Consiste en un cambio de dirección de propagación y de velocidad de la onda al atravesar los dos medios.

① La refracción cumple la llamada ley de Snell para la refracción: El cociente entre los senos de los ángulos de incidencia y de refracción es igual al cociente entre las velocidades de propagación de la onda en los medios 1 y 2 (ver figura explicativa).

$$\frac{\operatorname{sen} \hat{\imath}}{\operatorname{sen} \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2}$$



② De la ley de Snell se deduce que cuando una onda accede a un medio por el que se propaga más despacio, el ángulo de refracción es menor que el de incidencia (la dirección de propagación se acerca a la normal). En caso contrario, el ángulo de refracción es mayor que el de incidencia (la dirección de propagación se aleja de la normal).

③ Si cambia la velocidad de propagación de una onda al atravesar dos medios, ¿Qué característica de la onda cambia?

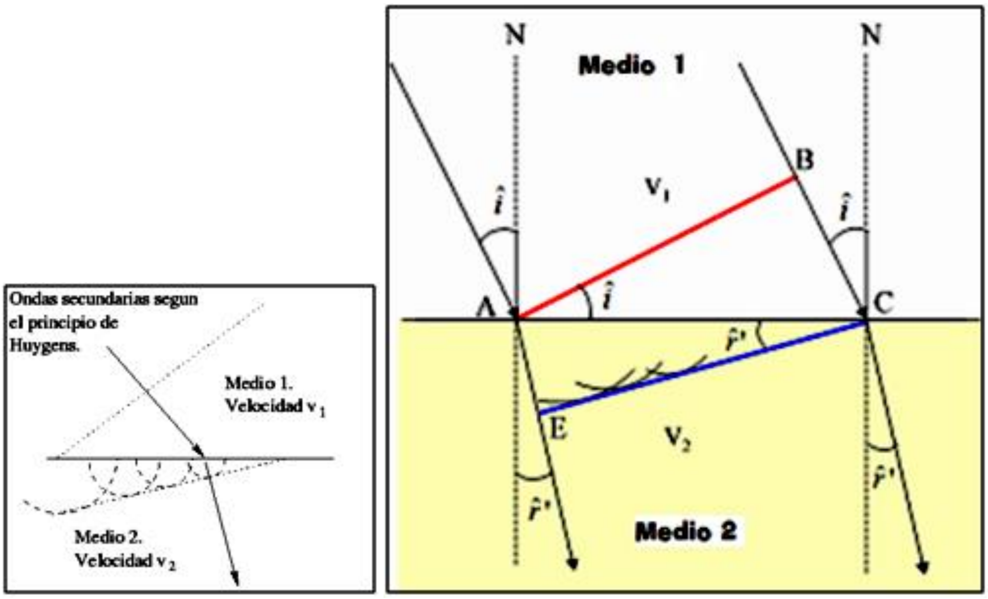
$$v = \lambda f$$

Al pasar de un medio a otro la frecuencia de la onda permanece constante, por tanto, si la velocidad cambia entonces también cambia la longitud de la onda. Si la velocidad de una onda disminuye al pasar de un medio a otro, su longitud de onda también disminuye (y viceversa).

Esto es así porque la longitud de onda es la distancia recorrida por la onda en un periodo, si la velocidad disminuye esta distancia debe disminuir. Sin embargo la frecuencia de vibración de las partículas está relacionada con la frecuencia de vibración del foco emisor de ondas, que no cambia.

④ Al igual que la reflexión, la explicación de la ley de Snell según el principio de Huygens es totalmente geométrico, se expone aquí como ampliación.

En la figura de la página siguiente se representa la refracción de una onda plana desde un medio 1 a otro medio 2, suponiendo que la velocidad de propagación es menor en el segundo medio que en el primero. A medida que el frente de ondas AB va incidiendo en la superficie de separación, los puntos AC de esa superficie se convierten en focos secundarios y transmiten la vibración hacia el segundo medio. Debido a que la velocidad en el segundo medio es menor, la envolvente de las ondas secundarias transmitidas conforma un frente de ondas EC, en el que el punto E está más próximo a la superficie de separación que el B. En consecuencia, al pasar al segundo medio los rayos se desvían acercándose a la dirección normal N.



De la figura se deduce que para un mismo tiempo,

$$BC = v_1\, t$$

$$AE = v_2\, t$$

$$\text{sen}\, \hat{\imath} = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{sen}\, \hat{r} = \frac{AE}{AC}$$

dividiendo miembro a miembro,

$$\frac{\text{sen}\, \hat{\imath}}{\text{sen}\, \hat{r}} = \frac{\frac{BC}{AC}}{\frac{AE}{AC}} = \frac{BC}{AE} = \frac{v_1\, t}{v_2\, t} = \frac{v_1}{v_2}$$

Tanto la reflexión como la refracción son tratadas con mayor profundidad en el tema dedicado a la luz (ondas electromagnéticas).

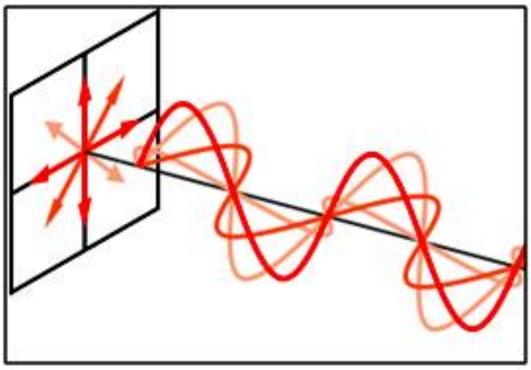
4) POLARIZACIÓN Y DIFRACCIÓN

4.1.- Polarización

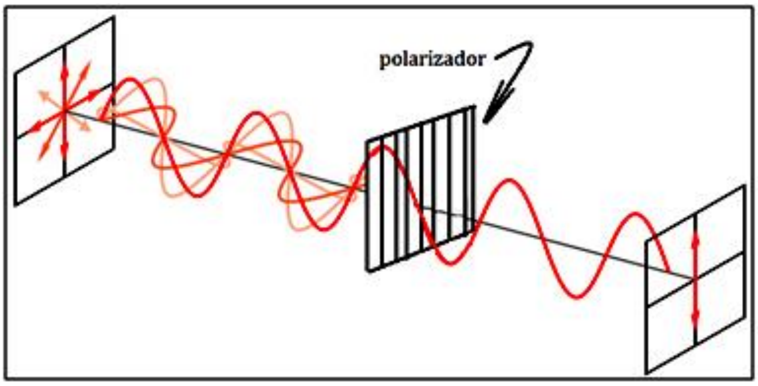
Este fenómeno sólo se produce en las ondas transversales, es decir, ondas en las que la dirección de vibración de las partículas del medio es perpendicular a la dirección de propagación de la onda.

Las ondas electromagnéticas, como la luz visible, también pueden sufrir polarización ya que los campos eléctrico y magnético auto-sostenidos vibran en dirección perpendicular a la de propagación.

Para explicar el fenómeno supongamos una onda transversal que se transmite a lo largo de una cuerda. En principio las direcciones transversales en las que puede vibrar el foco emisor de ondas son infinitas (*se trata de una onda no polarizada*). Esto es lo que pretende representar la figura siguiente, en la que se representan cuatro posibles direcciones de vibración transversales a la dirección de propagación.



Se dice que una onda transversal está *linealmente polarizada* cuando sólo puede vibrar en una sola dirección (de todas las posibles). Para conseguir polarizar una onda se utiliza un *polarizador*, un dispositivo que sólo permite el paso de las ondas que vibran en una dirección determinada.



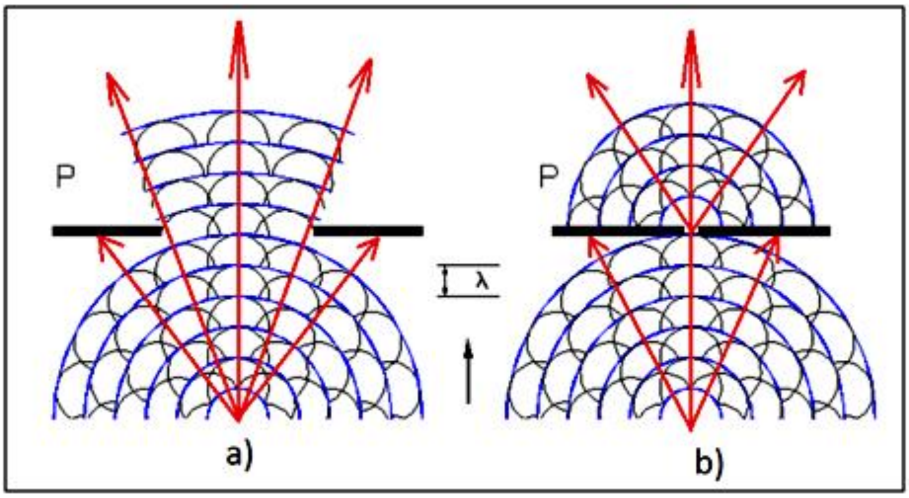
Curiosidades:

Los vidrios anti-reflectantes (gafas, lunas de los coches) son en realidad vidrios polarizadores que sólo dejan pasar una parte de la luz que reciben. A través de estos vidrios los objetos se ven más oscuros. Los monitores LCD emiten luz polarizada por lo que mirar estos dispositivos con unas gafas polarizadas puede hacer que no veamos nada si la orientación de las gafas no coincide con la orientación de vibración de los campos eléctricos y magnéticos emitidos por el monitor.

4.2.- Difracción

① El fenómeno de difracción se produce cuando un obstáculo impide el avance de una parte de un frente de onda.

② Veamos en principio lo que ocurre en dos situaciones, representadas en las dos figuras siguientes.



a) Una sucesión de frentes de onda alcanza un obstáculo cuya abertura es mayor a la longitud de onda. Como se observa las ondas se propagan siguiendo la dirección rectilínea de los rayos que parten de la fuente.

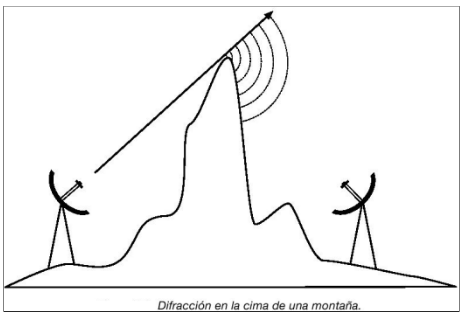
b) Una sucesión de frentes de onda alcanza un obstáculo cuya abertura tiene un tamaño comparable con la longitud de onda. Los rayos cambian de dirección al llegar a la abertura. Se ha producido un efecto de *difracción*.

> *La difracción es la desviación en la propagación rectilínea de las ondas cuando atraviesan una abertura o pasan próximas a un obstáculo.*

③ Explicación según el principio de Huygens: en b) los puntos del frente de onda que no están tapados por el obstáculo se comportan como centros emisores de ondas cuya envolvente es el nuevo frente de ondas. Es como si la abertura en b) fuese un nuevo foco emisor de ondas.

④ Curiosidades.

Debido al fenómeno de la difracción podemos oír detrás de un obstáculo, o las ondas electromagnéticas pueden salvar obstáculos, tal como se muestra en la figura adjunta.

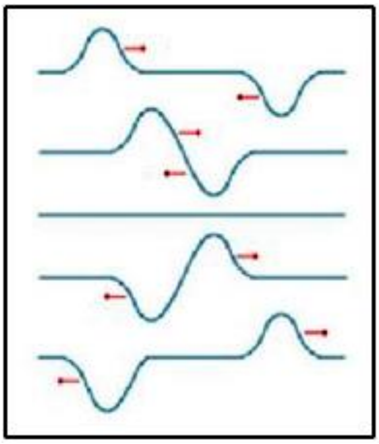


Difracción en la cima de una montaña.

Mediante este fenómeno se puede explicar la existencia de una zona de penumbra en la esquina entre una calle iluminada y una calle oscura.

5) SUPERPOSICIÓN DE ONDAS. INTERFERENCIAS.

Cuando dos ondas, producidas por dos focos diferentes, coinciden en un punto se produce una superposición o interferencia. Por ejemplo:

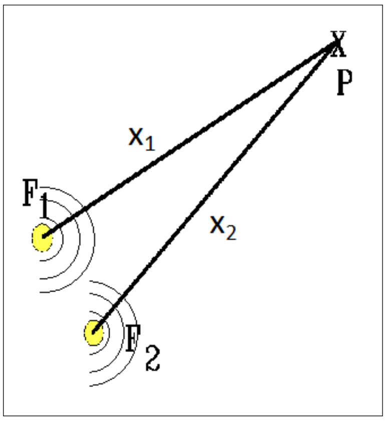


Dos pulsos desfasados en 180 grados viajan por una misma cuerda en sentidos opuestos, como se muestra en la figura adjunta. Cuando las dos ondas coinciden en el punto central se han anulado por completo, pero sólo en ese instante pues después cada pulso sigue con si viaje.

① Idea principal:

Cuando dos ondas se superponen en un punto, en dicho punto se produce una nueva onda cuya función de onda es la suma de las funciones de onda incidentes (principio de superposición).

② Supondremos que las ondas que se superponen son ondas coherentes, es decir, ondas que están en fase o cuya diferencia de fase es constante. En esta situación, si F_1 y F_2 son dos focos emisores de ondas cuyas funciones de onda son respectivamente



$$F_1 \;\rightarrow\; y_1\,(x,t)$$

$$F_2 \;\rightarrow\; y_2\,(x,t)$$

Sea P el punto donde se desea analizar el tipo de interferencia de estas dos ondas, según el principio de superposición, en P la onda que tiene lugar tiene por ecuación

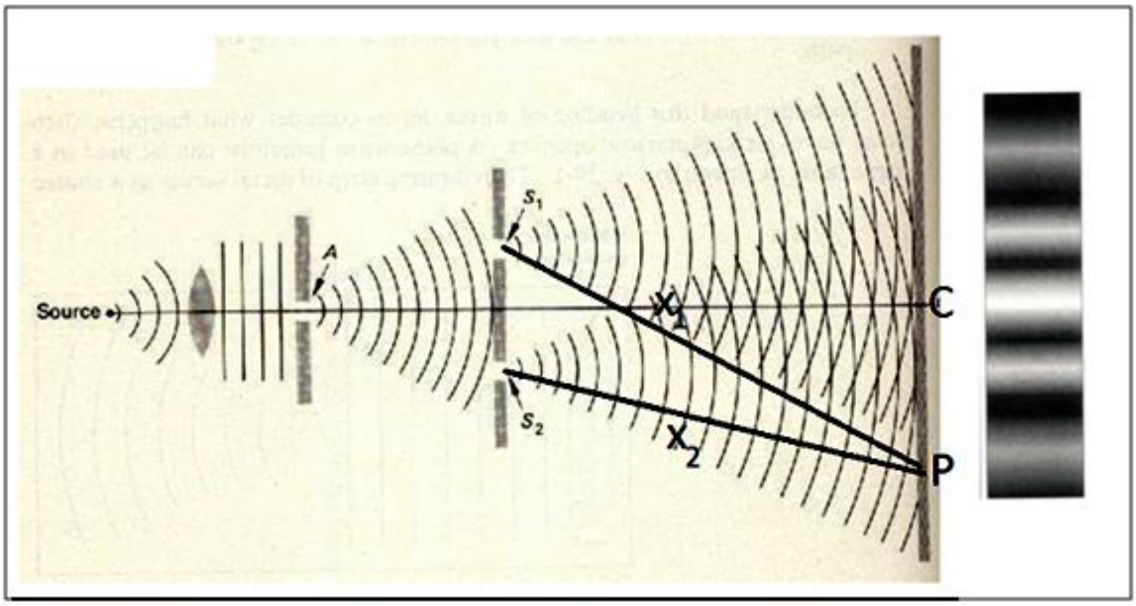
$$y = y_1\,(x_1,t) + y_2\,(x_2,t)$$

Donde x_1 y x_2 son, respectivamente, las distancias de los focos emisores F_1 y F_2 al punto considerado. Se puede observar que el tiempo para ambas ondas en el punto P es el mismo ya que en dicho punto ambas ondas coinciden en el mismo instante.

Esta será la situación que se analizará en estos apuntes donde para simplificar aún más se considerará que las ondas que interfieren tienen la misma amplitud, longitud de onda y frecuencia. Esto será en el punto ④, después aprovechar el experimento de Young para explicar lo que ocurre.

③ Descripción de lo que ocurre a través del Experimento de Young.

En el caso de la luz se pueden conseguir dos fuentes de ondas coherentes de la misma amplitud, frecuencia y longitud de onda mediante un dispositivo experimental que aprovecha el fenómeno de difracción. El dispositivo experimental no es más que una doble rendija a través de la cual se hace pasar la luz. Si el tamaño de la rendija es comparable a la longitud de la onda se produce difracción, en este caso doble difracción. Este experimento fue realizado por Thomas Young en 1801, se conoce también como experimento de la doble rendija, y sus resultados constituyeron un espaldarazo a la teoría ondulatoria de la luz.



- Una fuente luminosa emite luz que es dirigida hacia una primera rendija (A) donde se produce una primera difracción que pretende conseguir luz de una determinada longitud de onda y frecuencia.

- Después la luz, que podemos suponer originada en A, se dirige hacia una doble rendija, S_1 y S_2, donde se vuelve a producir difracción. Las dos rendijas son idénticas por lo que se crean dos focos emisores del mismo tipo de onda.

- La luz que procede de S_1 interfiere con la que procede de S_2 (y viceversa). Si se coloca una placa fotográfica a una cierta distancia de la doble rendija se obtiene una imagen (diferente según la distancia de la placa fotográfica a la doble rendija) como la que aparece en la figura anterior (idealizada).

- Se observan bandas luminosas y bandas oscuras que corresponden con zonas veladas y no veladas de la placa fotográfica. Resulta curioso que la zona central (C) es donde más luz ha llegado aunque dicho punto no está frente a ninguna de las rendijas. La intensidad luminosa de las bandas va disminuyendo conforme nos alejamos de C.

- Podemos llamar aquí zonas de vientres a las zonas veladas y zona de nodos a las zonas no veladas. Las zonas de vientres son zonas de interferencia constructiva. Las zonas de nodos son zonas de interferencia destructiva.

- En la figura anterior P, x_1 y x_2 tienen el mismo significado que en la figura explicativa del punto ②.

④ El principio de superposición debe explicar la aparición de estos vientres y nodos.

Supongamos que en el punto P, las ecuaciones de las dos ondas emitidas por los focos F1 y F2 (punto ②) son respectivamente

$$y_1\ (x_1, t) = A\ \text{sen}(\omega t - kx_1)$$

$$y_2\ (x_2, t) = A\ \text{sen}(\omega t - kx_2)$$

Para una mayor simplificación, se ha supuesto que las dos ondas que interfieren son iguales en amplitud, frecuencia angular (y, por tanto, frecuencia) y número de onda (y por tanto, longitud de onda). Además, ambas ondas no tienen fase inicial, es decir, en el instante inicial su fase es cero.

Según el principio de superposición, la onda resultante en el punto P tiene por función

$$y = y_1\ (x_1, t) + y_2\ (x_2, t) = A\ [\text{sen}(\omega t - kx_1) + \text{sen}(\omega t - kx_2)]$$

Ahora bien, teniendo en cuenta que $\text{sen}\ a + \text{sen}\ b = 2 \cdot \text{sen}\frac{a+b}{2} \cdot \cos\frac{a-b}{2}$, entonces,

$$y = 2A \cdot \text{sen}\frac{(\omega t - kx_1) + (\omega t - kx_2)}{2} \cdot \cos\frac{(\omega t - kx_1) - (\omega t - kx_2)}{2}$$

$$y = 2A \cdot \text{sen}\ \frac{2\omega t - k(x_1 + x_2)}{2} \cdot \cos\left[\frac{k(x_2 - x_1)}{2}\right]$$

$$y = 2A \cdot \cos\left[\frac{k(x_2 - x_1)}{2}\right] \cdot \text{sen}\ \left(\omega t - k\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$$

$$y = A_r \cdot\ \text{sen}\ \left(\omega t - k\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$$

Donde

$$A_r = 2A \cdot \cos\left[\frac{k(x_2 - x_1)}{2}\right]$$

A_r recibe el nombre de amplitud resultante. Es la amplitud de la nueva onda en el punto P. Como podemos ver esta amplitud no es constante y del análisis de los valores que pueda tomar nos llevará a conclusiones importantes.

Por otra parte, la ecuación final se puede considerar la ecuación de la onda resultante en el punto P.

⑤ Análisis de la expresión de la amplitud resultante en el punto P.

$$A_r = 2A \cdot \cos\left[\frac{k(x_2 - x_1)}{2}\right]$$

- En primer lugar mencionar una vez más que la expresión anterior se ha obtenido al sumar dos ondas coherentes sinusoidales con la misma amplitud, frecuencia y longitud de onda. Para el mismo tipo de ondas pero con una ecuación en función del coseno la amplitud resultante tendría la misma expresión. Se puede comprobar esta afirmación teniendo en cuenta que, en este caso, $\cos a + \cos b = 2 \cdot \cos\frac{a+b}{2} \cdot \cos\frac{a-b}{2}$.

- En segundo lugar, definir la diferencia de fase, ΔΦ, entre dos ondas coherentes de misma longitud de onda y frecuencia, en un mismo punto (P) situado a diferentes distancias de los dos focos, en un instante dado como

$$\Delta\phi = (\omega t - kx_1) - (\omega t - kx_2) = k(x_2 - x_1)$$

- El valor de la amplitud resultante, A_r, pasa por los valores que pueda tomar el coseno de su expresión. Veremos los casos extremos.

- *Interferencia constructiva*. Son puntos del medio donde la amplitud resultante es máxima (correspondería a zonas de vientres o zonas veladas en el experimento de Young). Para que A_r sea máxima,

$$\cos\left[\frac{k(x_2 - x_1)}{2}\right] = 1, \qquad \text{es decir,} \qquad \frac{k(x_2 - x_1)}{2} = n\,\pi\,, \qquad \text{donde } n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

Sustituyendo el valor del número de onda, k, operando y simplificando obtenemos

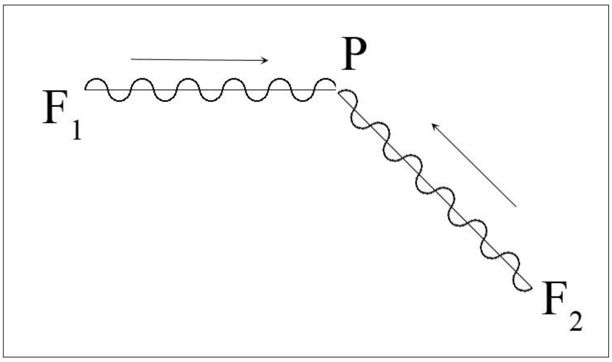
$$x_2 - x_1 = n\lambda$$

Que es la condición que cumplen todos los puntos del medio donde la amplitud es máxima (vientres).

¿Qué ocurre con la diferencia de fase de las dos ondas confluyentes en estos puntos?

$$\frac{k(x_2 - x_1)}{2} = n\,\pi = \frac{\Delta\phi}{2}\text{ , luego } \Delta\phi = \text{n } 2\pi$$

Es decir, las ondas llegan en concordancia de fase, como se muestra en la figura, donde dos ondas emitidas por los focos F_1 y F_2 confluyen en el punto P en concordancia de fase.



- *Interferencia destructiva*. Son puntos del medio donde la amplitud resultante es cero (correspondería a zonas de nodos o zonas no veladas en el experimento de Young). Para que A_r sea nula,

$$\cos\left[\frac{k(x_2 - x_1)}{2}\right] = 0, \qquad \text{es decir,} \qquad \frac{k(x_2 - x_1)}{2} = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$$

Donde n = 0, 1, 2, 3,…Sustituyendo el valor del número de onda, k, operando y simplificando obtenemos

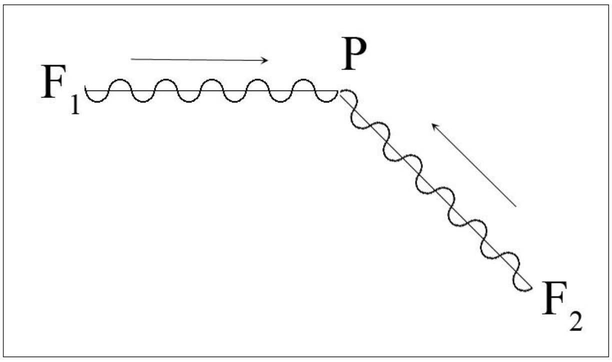
$$x_2 - x_1 = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$$

Que es la condición que cumplen todos los puntos del medio donde la amplitud es nula (nodos).

¿Qué ocurre con la diferencia de fase de las dos ondas confluyentes en estos puntos?

$$\frac{k(x_2 - x_1)}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2} = \frac{\Delta\phi}{2} \text{ , luego } \Delta\phi = (2n+1)\pi$$

Es decir, las ondas llegan en oposición de fase, como se muestra en la figura, donde dos ondas emitidas por los focos F_1 y F_2 confluyen en el punto P en oposición de fase.



Los dos casos analizados están muy idealizados. Si la interferencia se da entre ondas de la misma frecuencia pero distinta amplitud las condiciones de interferencia constructiva o destructiva son las mimas pero en la destructiva la amplitud no llega a ser cero en ningún punto.

Problemas

① Dos ondas sonoras de ecuación $y = 1{,}2 \cos\, 2\pi(170t - 0{,}5x)\ Pa$, proceden de dos focos coherentes e interfieren en un punto P que dista 20 m de un foco y 25 m de otro foco. Determina la perturbación que originan en el punto P cada uno de estos focos, en el instante t = 1 s. Calcula la diferencia de fase de las dos ondas al llegar al punto considerado y determina la amplitud de la perturbación total en el citado punto.

Datos:

· $y = 1{,}2 \cos(170t - 0{,}5x)\ \ Pa$, quiere decir que se trata de la ecuación de una onda de presión, es decir, y representa la variación de la presión en torno a un valor central.

· x_1 = 20 m

· x_2 = 25 m

· t = 1 s

La perturbación que origina cada onda generada por cada uno de los focos en el instante pedido es,

$$y\,(20,1) = 1{,}2 \cos\, 2\pi(170 \cdot 1 - 0{,}5 \cdot 20) = 1{,}2 \cdot \cos(2\pi \cdot 160) = 1{,}2\ Pa$$
$$y\,(25,1) = 1{,}2 \cos\, 2\pi(170 \cdot 1 - 0{,}5 \cdot 25) = 1{,}2 \cdot \cos(2\pi \cdot 157{,}5) = -\,1{,}2\ Pa$$

Por el resultado obtenido se puede ver que las dos ondas llegan en oposición de fase. Podemos comprobarlo calculando la diferencia de fase de las dos ondas, que es lo que se pide.

$$\Delta\phi = 2\pi(170 \cdot 1 - 0{,}5 \cdot 20) - 2\pi(170 \cdot 1 - 0{,}5 \cdot 25) = 2\pi \cdot (160 - 157{,}5) = 5\pi\ rad$$
$$5\pi = 2 \cdot 2\pi + \pi$$

Las ondas llegan en oposición de fase.

Para conocer la amplitud de la onda generada en el punto P debemos aplicar el principio de superposición. La onda generada en el punto P tendrá por ecuación,

$$y_t = y(20,1) + y(25,1) = 0$$

Es decir, la interferencia en el punto P es destructiva. Esto también se pude comprobar al comparar la diferencia de recorridos de las dos ondas con la longitud de las mismas. Primero calculamos la longitud de onda,

$$\frac{1}{\lambda} = 0{,}5, \qquad \lambda = 2\,m$$

Si utilizamos la condición de interferencia destructiva para las distancias dadas,

$$x_2 - x_1 = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$
$$25 - 20 = (2n+1)\frac{2}{2}$$
$$5 = (2n+1); \qquad 4 = 2n; \qquad n = 2$$

Valor que indica que la diferencia entre las distancias de los dos focos es un número impar de veces (5) la semi-longitud de onda.

② Dos ondas $y_1 = 0{,}3\cos(200t - 0{,}050x_1)$ e $y_2 = 0{,}3\cos(200t - 0{,}050x_2)$ se propagan por el mismo medio. Si las ondas se anulan en un punto distante 10 m del centro emisor de la primera onda, calcula el valor más pequeño de la distancia a la que se puede encontrar el segundo foco.

<u>Datos</u>
· $y_1 = 0{,}3\cos(200t - 0{,}050x_1)$
· $y_2 = 0{,}3\cos(200t - 0{,}050x_2)$
· $x_1 = 10$ m

La condición de interferencia destructiva (ondas que se anulan) es

$$x_2 - x_1 = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

La longitud de estas ondas se puede determinar a partir del número de onda que viene dado en las expresiones de las funciones de onda,

$$k = 0{,}050 = \frac{2\pi}{\lambda}\ ; \quad \lambda = \frac{2\pi}{0{,}050} = 126\,m$$

Si utilizamos este valor en la condición de interferencia destructiva, y sustituimos n por 0 con objeto de encontrar el punto más cercano, podemos saber la posición del segundo foco,

$$x_2 - 10 = (2\cdot 0 + 1)\frac{126}{2}$$
$$x_2 = 63 + 10 = 73\,m$$

③ Dos ondas transversales polarizadas con el mismo plano de polarización se propagan por un medio, tienen la misma frecuencia (100 Hz), longitud de onda (82 m) y amplitud (0,02 m), pero están desfasadas en 30º. Calcular: a) la amplitud de la onda resultante y su ecuación de onda para los puntos equidistantes a los dos focos emisores; b) la velocidad máxima de un punto de la cuerda.

<u>Datos</u>

· f = 100 Hz, por tanto, ω = 2πf = 200π rad/s
· λ = 82 m, por tanto, k = 2π/λ = π/41 m^{-1}
· A = 0,02 m
· Desfase entre las dos ondas: 30º = π/6

a) Empezaremos por las ecuaciones de las ondas. Las escribiremos en función del seno al no dar datos el problema de que no se pueda hacer.

$$onda\ 1 \ \rightarrow \ y_1(x,t) = 0{,}02 \text{ sen } \left[200\pi\, t - \frac{\pi x}{41}\right]$$
$$onda\ 2 \ \rightarrow \ y_2(x,t) = 0{,}02 \text{ sen } \left[200\pi\, t - \frac{\pi x}{41} + \frac{\pi}{6}\right]$$

Cuando estas dos ondas interfieren en un punto cualquiera, supuesto equidistante de los dos focos emisores, la onda resultante tiene por función, según el principio de superposición,

$$y = y_1 + y_2 = 2 \cdot 0{,}02 \cdot \cos\left[\frac{\left(200\pi\, t - \frac{\pi x}{41}\right) - \left(200\pi\, t - \frac{\pi x}{41} + \frac{\pi}{6}\right)}{2}\right] \cdot \text{sen}\left[\frac{\left(200\pi\, t - \frac{\pi x}{41}\right) + \left(200\pi\, t - \frac{\pi x}{41} + \frac{\pi}{6}\right)}{2}\right]$$

$$y = 0{,}04 \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) \cdot sen\left[\frac{2\left(200\pi t - \frac{\pi x}{41} + \frac{\pi}{12}\right)}{2}\right]$$

$$y = 0{,}039 \cdot sen\left[200\pi t - \frac{\pi x}{41} + \frac{\pi}{12}\right]$$

Que es la ecuación de la onda resultante para los puntos equidistantes de ambos focos. Su amplitud 0,039 m.

b) La velocidad de vibración de estos puntos será:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0{,}039 \cdot 200\pi \cdot \cos\left[200\pi t - \frac{\pi x}{41} + \frac{\pi}{12}\right]$$

Que será máxima si el coseno vale ± 1. En estos casos,

$$v_{máx.} = \pm 0{,}039 \cdot 200\pi = \pm 24{,}5\ m/s$$

④ Al oscilador de una cubeta de ondas se le acopla un accesorio que consta de dos punzones separados por una distancia de 4 cm. Al incidir sobre la superficie del agua generan ondas coherentes con una frecuencia de 24 Hz, que se propagan con una velocidad de 12 cm/s. Determina el tipo de perturbación que existirá en los siguientes puntos: A que dista 10 cm de un foco y 12 del otro; B que dista 10 cm de un foco y 8,5 del otro; C que dista 8 cm de un foco y 9,75 cm del otro; D que dista 8 cm de un foco y 9,15 del otro.

Datos
· Distancia entre focos: 4 cm
· f = 24 Hz
· v = 12 cm/s
· Punto A: $x_1 = 10$ cm, $x_2 = 12$ cm; Punto B: $x_1 = 10$ cm, $x_2 = 8{,}5$ cm; Punto C: $x_1 = 8$ cm, $x_2 = 9{,}75$ cm; Punto D: $x_1 = 8$ cm, $x_2 = 9{,}25$ cm

En este problema es más cómodo trabajar con las distancias en centímetros. Calcularemos primero la longitud de onda de las ondas generadas (ondas coherentes que tienen la misma longitud de onda),

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{12}{24} = 0{,}5\ cm$$

Punto A.

Probaremos con la condición de interferencia constructiva,

$$x_2 - x_1 = n\lambda \quad (n = 1,2,3,\dots)$$
$$12 - 10 = 2\ cm$$
$$2 = n \cdot 0{,}5 \qquad n = 4$$

Que es un número entero de longitudes de onda. Por tanto, las dos ondas llegan al punto A en fase y la interferencia es constructiva.

Punto B.

La diferencia entre las distancias de los focos al punto B es

$$x_2 - x_1 = 10 - 8{,}5 = 1{,}5\ cm$$
$$1{,}5 = n \cdot 0{,}5 \qquad n = 3$$

Que es un número entero de longitudes de onda. Por tanto, las dos ondas llegan al punto B en fase y la interferencia es constructiva.

Punto C.

La diferencia entre las distancias de los focos al punto C es

$$x_2 - x_1 = 9{,}75 - 8 = 1{,}75\ cm$$

Si utilizamos la condición de interferencia constructiva vemos que no es posible pues n no da un número entero,

$$1{,}75 = n \cdot 0{,}5 \qquad n = 3{,}5$$

Probamos entonces con la condición de interferencia destructiva

$$x_2 - x_1 = (2n+1)\frac{\lambda}{2} \quad (n = 0,1,2,3,\dots)$$
$$1{,}75 = (2n+1)\frac{0{,}5}{2} \qquad (2n+1) = 7$$

Qué es un número impar de semilongitudes de onda. Por tanto, las dos ondas llegan al punto C en oposición de fase y la interferencia es destructiva.

Punto D.

La diferencia entre las distancias de los focos al punto D es

$$x_2 - x_1 = 9{,}15 - 8 = 1{,}15\ cm$$

Se puede comprobar que esta diferencia entre distancias no cumple ni la condición de interferencia constructiva (n = 2,3) ni la condición de interferencia destructiva (n = 4,6). Se trata de un punto entre dos con interferencia constructiva y destructiva. Se podría calcular la diferencia de fase entre las dos ondas al llegar a este punto:

$$\Delta\phi = (\omega t - kx_1) - (\omega t - kx_2) = k(x_2 - x_1)$$
$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{0{,}5}(1{,}15) = 4{,}6\pi\ rad$$

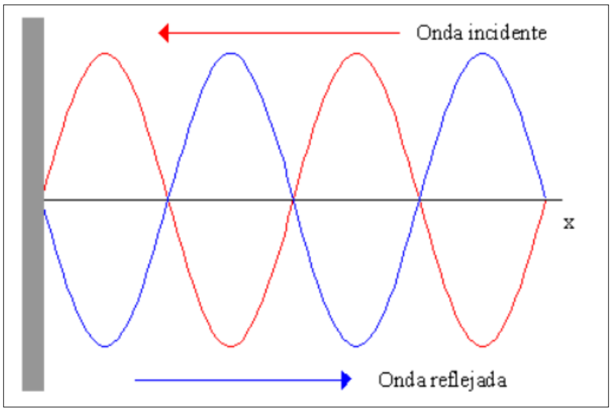
6) SUPERPOSICIÓN DE ONDAS: ONDAS ESTACIONARIAS

① ¿Qué son? ¿cuándo se producen?

Las ondas estacionarias se producen por interferencia de dos ondas idénticas (misma amplitud, frecuencia y longitud de onda) que se propagan en sentidos opuestos.

② Ejemplos:

- Si en una cuerda con un extremo fijo y el otro libre generamos una oda en el extremo libre, éste se propaga hasta el extremo fijo y se refleja volviendo por la cuerda hasta el extremo libre. La onda incidente y reflejada tienen las mismas características.

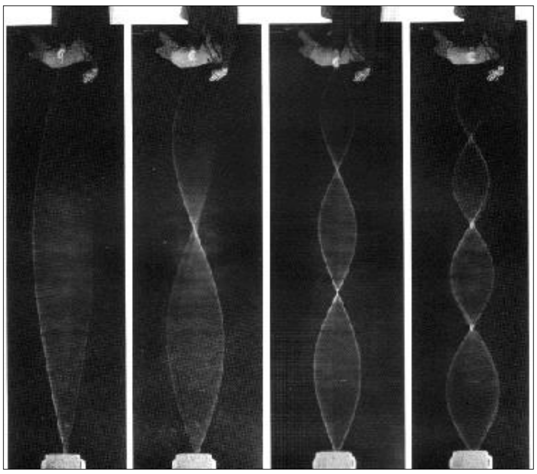


- Las ondas estacionarias se producen en instrumentos musicales, como guitarras y violines, son ondas que se propagan en medios no abiertos o limitados pues tienen obstáculos (los límites de las cuerdas) en los que son reflejadas, entonces las ondas reflejadas interfieren con las ondas incidentes y forman ondas estacionarias.

- También se producen ondas estacionarias en tubos sonoros, como la flauta.

Distinguiremos pues tres casos:

- Ondas estacionarias en una cuerda fija por un extremo
- Ondas estacionarias en una cuerda fija por dos extremos
- Ondas estacionarias en tubos sonoros



③ Observación de una onda estacionaria. Características.

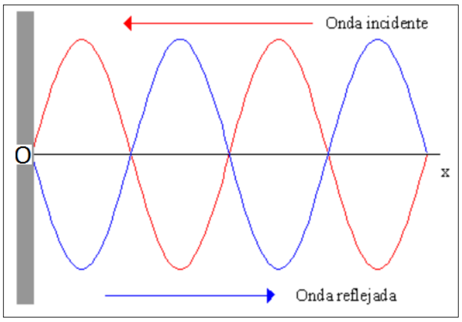
El resultado de la interferencia es que unos puntos están siempre en reposo y otros presentan movimiento vibratorio armónico de distintas amplitudes, alcanzando todos en el mismo instante posiciones centrales y extremos de vibración.

- Reciben el nombre de ondas estacionarias porque el perfil de la onda no se desplaza. Cada punto del medio está vibrando siempre de la misma manera.

- Los puntos que vibran con mayor amplitud se llaman vientres. Hay puntos que no vibran, se llaman nodos.

- Si la onda estacionaria no se desplaza, en realidad no es una onda pues no hay transporte de energía ya que hay puntos en reposo permanente (nodos) que no la transmiten. En una onda estacionaria se está transformando de forma permanente y para cada partícula vibrante (excepto nodos), energía cinética en energía potencial elástica y viceversa.

④ Ecuación de una onda estacionaria.



La situación de partida será la de la figura adjunta, una onda se propaga por una cuerda en el sentido negativo del eje OX, su ecuación:

$$y_i = A\ \mathrm{sen}(\omega t + kx)$$

Al llegar al origen de coordenadas la onda es reflejada. La función de la onda reflejada será:

$$y_r = A\ \mathrm{sen}(\omega t - kx + \pi)$$

Donde podemos observar que dicha onda está desfasada 180º respecto de la onda incidente (ha habido un cambio de fase en la reflexión). Ahora bien, como $\mathrm{sen}\ (\alpha + \pi) = -\ \mathrm{sen}\ \alpha$

$$y_r = A\ \mathrm{sen}(\omega t - kx + \pi) = -A\ \mathrm{sen}(\omega t - kx)$$

Si queremos analizar cualquier punto de la cuerda, la función de onda dicho punto será, según el principio de superposición,

$$y = y_i + y_r = A\ \mathrm{sen}(\omega t + kx) - A\ \mathrm{sen}(\omega t - kx)$$

Como

$$\mathrm{sen}\ a - \mathrm{sen}\ b = 2 \cdot \cos\frac{a+b}{2} \cdot \mathrm{sen}\frac{a-b}{2}$$

entonces

$$y = 2A\cos\left(\frac{\omega t + kx + \omega t - kx}{2}\right)\mathrm{sen}\ \left(\frac{\omega t + kx - \omega t + kx}{2}\right)$$

$$y = 2A\ \mathrm{sen}(kx)\cos(\omega t)$$

La ecuación resultante es la ecuación de la onda estacionaria, que depende de la posición y del tiempo separadamente. Si llamamos amplitud resultante a $A_r = 2A\ \mathrm{sen}\ (kx)$, entonces

$$y = A_r\cos(\omega t)$$

Como vemos en la ecuación, una onda estacionaria tiene la misma frecuencia y longitud de onda originales y su amplitud depende de la localización de la partícula en la cuerda y no del tiempo. Además vemos que se trata de la ecuación del m.a.s. con la particularidad de que, dependiendo de la partícula que se trate, así será la amplitud de dicho m.a.s.

⑤ Otras ecuaciones de ondas estacionarias.

Dependiendo de la función de onda incidente y reflejada que se utilice, se obtienen diferentes formas de la función de onda estacionaria, tal como se observa en la tabla siguiente.

Onda incidente y onda reflejada	Onda estacionaria
$y_i = A\,\mathrm{sen}(\omega t + kx)$ $y_r = A\,\mathrm{sen}(\omega t - kx + \pi)$	$y = 2A\,\mathrm{sen}(kx)\cos(\omega t)$
$y_i = A\,\mathrm{sen}(\omega t + kx)$ $y_r = A\,\mathrm{sen}(\omega t - kx)$	$y = 2A\cos(kx)\,\mathrm{sen}(\omega t)$
$y_i = A\cos(\omega t + kx)$ $y_r = A\cos(\omega t - kx)$	$y = 2A\,\mathrm{sen}(kx)\,\mathrm{sen}(\omega t)$
$y_i = A\cos(\omega t - kx)$ $y_r = A\cos(\omega t + kx + \pi)$	$y = 2A\,\mathrm{sen}(kx)\,\mathrm{sen}(\omega t)$

Por tanto, la ecuación de la onda estacionaria depende de las ecuaciones de las ondas incidente y reflejada que se elijan.

⑥ Posición de nodos y vientres.

Utilizaremos la onda estacionaria deducida en el punto ④, es decir,

$$y = 2A\,\mathrm{sen}(kx)\cos(\omega t)$$

$$y = A_r\cos(\omega t) \qquad A_r = 2A\,\mathrm{sen}\,(kx)$$

<u>Vientres</u>

-La amplitud es máxima cuando $\mathrm{sen}\,(kx) = \pm 1$, en esta situación, $A_r = 2A$.

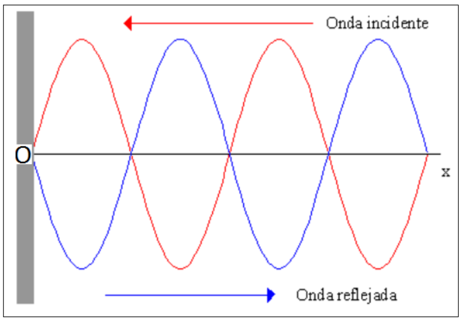
-Cuando ocurre esta circunstancia,

$$kx = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = (2n+1)\frac{\pi}{2} \qquad x = (2n+1)\frac{\lambda}{4} \qquad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

-Todos los puntos que distan un número impar de cuartos de longitudes de onda del extremo fijo son vientres.

-En la figura adjunta se puede ver que la distancia entre vientres consecutivos es $\lambda/2$.



<u>Nodos</u>

-La amplitud es mínima cuando $\mathrm{sen}\,(kx) = 0$, en esta situación $A_r = 0$.

-Cuando ocurre esta circunstancia,

$$kx = n\pi$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = n\pi \qquad x = n\frac{\lambda}{2} \qquad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

-Todos los puntos que distan un número entero de veces la mitad de la longitud de onda son nodos.

-En la figura anterior también se puede ver que la distancia entre nodos consecutivos es λ/2.

6.1.- Ondas estacionarias en una cuerda fija por un extremo y en un tubo con un extremo abierto

Sea una cuerda, de longitud L, con un extremo fijo y otro libre. En el extremo fijo debe existir un nodo y en el libre, un vientre.

La condición de vientre en una onda estacionaria es, según hemos visto

$$x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

Si aplicamos la condición de vientre al extremo libre, hacemos x = L

$$L = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

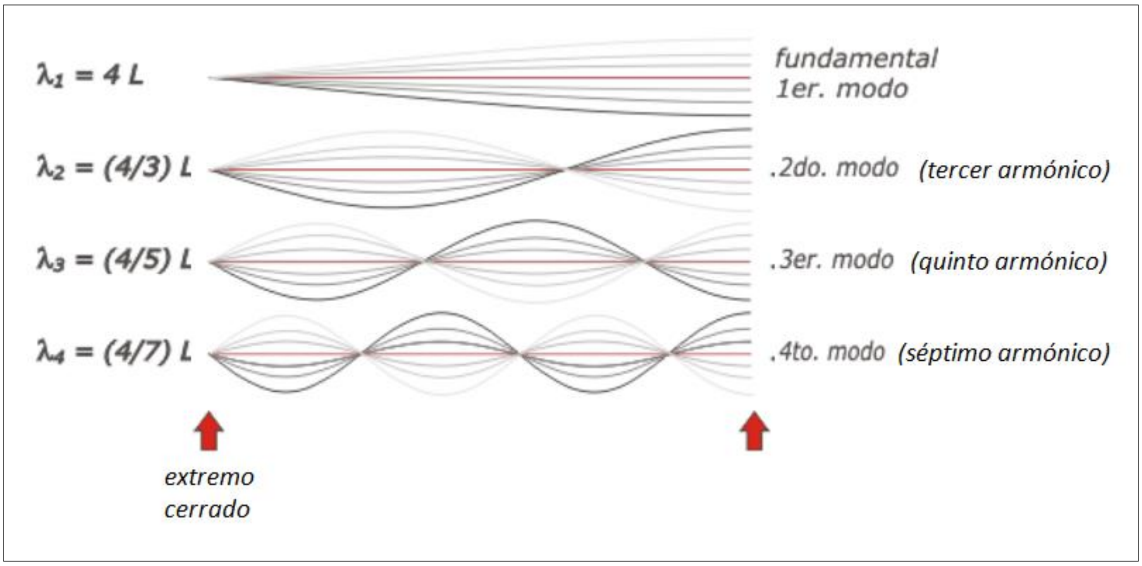
Despejamos la longitud de onda

$$\lambda = \frac{4L}{(2n+1)}$$

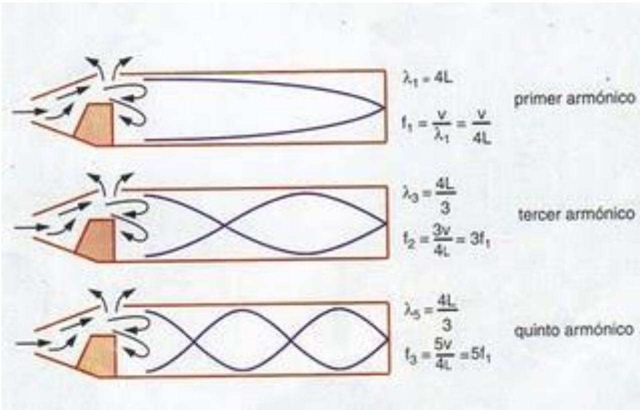
Esta condición es la que deben cumplir todas las ondas estacionarias que se creen en esta cuerda y que vienen descritos en la tabla y figuras siguientes.

n	Modo de vibración	Longitud de onda	Frecuencia $\left(f = \frac{v}{\lambda}\right)$	Descripción
0	Fundamental	$\lambda_1 = 4L$	$f_1 = \frac{v}{4L}$	1 nodo 1 vientre
1	Tercer armónico	$\lambda_2 = \frac{4L}{3} = \frac{\lambda_1}{3}$	$f_2 = 3\frac{v}{4L} = 3f_1$	2 nodos 2 vientres
2	Quinto armónico	$\lambda_3 = \frac{4L}{5} = \frac{\lambda_1}{5}$	$f_3 = 5\frac{v}{4L} = 5f_1$	3 nodos 3 vientres
3	Séptimo armónico	$\lambda_4 = \frac{4L}{7} = \frac{\lambda_1}{7}$	$f_4 = 7\frac{v}{4L} = 7f_1$	4 nodos 4 vientres

Ondas estacionarias en una cuerda fija por un extremo



Ondas estacionarias en un tubo con un extremo abierto cumplen las mismas condiciones



6.2.- Ondas estacionarias en una cuerda fija por sus dos extremos y en tubos con los dos extremos abiertos

Sea una cuerda, de longitud L, con los dos extremos fijos. En estas condiciones los dos extremos fijos son dos nodos.

La condición de nodo en una onda estacionaria es, según hemos visto

$$x = n\frac{\lambda}{2}$$

Si aplicamos la condición de nodo a uno de los extremos, hacemos x = L

$$L = n\frac{\lambda}{2}$$

Despejamos la longitud de onda

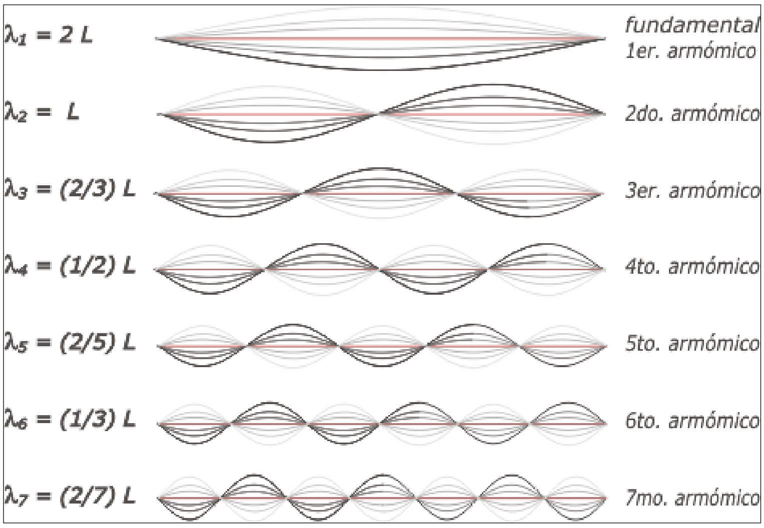
$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

Esta condición es la que deben cumplir todas las ondas estacionarias que se creen en esta cuerda y que vienen descritos en la tabla y figuras siguientes.

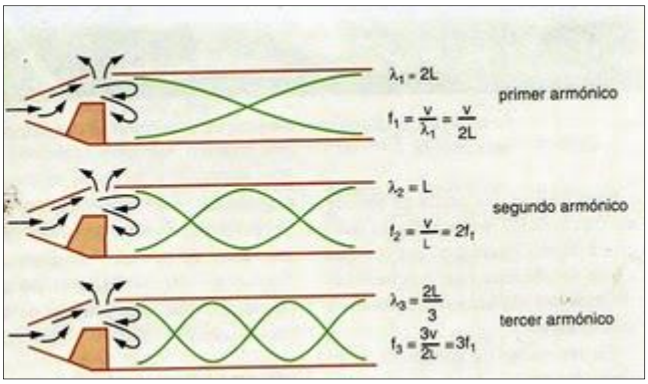
n(1)	Modo de vibración	Longitud de onda	Frecuencia $\left(f = \frac{v}{\lambda}\right)$	Descripción
1	Fundamental	$\lambda_1 = 2L$	$f_1 = \frac{v}{2L}$	2 nodos 1 vientre
2	Segundo armónico	$\lambda_2 = \frac{2L}{2} = \frac{\lambda_1}{2}$	$f_2 = 2\frac{v}{2L} = 2f_1$	3 nodos 2 vientres
3	Tercer armónico	$\lambda_3 = \frac{2L}{3} = \frac{\lambda_1}{3}$	$f_3 = 3\frac{v}{2L} = 3f_1$	4 nodos 3 vientres
4	Cuarto armónico	$\lambda_4 = \frac{2L}{4} = \frac{\lambda_1}{4}$	$f_4 = 4\frac{v}{2L} = 4f_1$	5 nodos 4 vientres

(1) El valor n=0 correspondería al nodo de uno de los dos extremos. Si estamos haciendo x=L el valor n=1 correspondería al nodo del otro extremo, que es por el que se empieza a contar aquí.

Ondas estacionarias en una cuerda fija por sus dos extremos



Ondas estacionarias *en tubos con los dos extremos abiertos.* Cumplen las mismas condiciones (longitud de onda y frecuencia), pero el número de nodos y de vientres se intercambian respecto de los mencionados en una cuerda. Por ejemplo, en el segundo armónico de una cuerda hay 3 nodos y dos vientres, y en el segundo armónico de un tubo abierto hay 3 vientres y dos nodos.



Problemas

⑤ a) Se hace vibrar una cuerda de guitarra de 0,4 m de longitud, sujeta por los dos extremos. Calcule la frecuencia fundamental de vibración, suponiendo que la velocidad de propagación de la onda en la cuerda es de 352 m s^{-1}.

b) Explique por qué, si se acorta la longitud de una cuerda en una guitarra, el sonido resulta más agudo.

Datos:
· L = 0,4 m
· v = 352 m·s^{-1}

a) Cuando una cuerda se sujeta por los dos extremos dichos extremos son nodos. Si la amplitud resultante de las ondas estacionarias generadas en la misma tiene la forma

$$A_r = 2A \text{ sen } kx$$

La condición de nodo es

$$x = n\frac{\lambda}{2} \qquad \lambda = \frac{2x}{n}$$

Si aplicamos la condición de nodo a uno de los extremos, hacemos x = L = 0,4 m

$$\lambda = \frac{2x}{n} = \frac{2L}{n}$$

Despejamos la longitud de onda

$$\lambda = \frac{0{,}8}{n}$$

El modo fundamental de vibración tiene lugar cuando n = 1, entonces λ = 0,8 m.
Conocida la longitud de onda del modo fundamental, la frecuencia se puede determinar si se sabe la velocidad de la onda en la cuerda,

$$v = \lambda \cdot f \qquad f = \frac{v}{\lambda} = \frac{352}{0{,}8} = 440\ Hz$$

b) La frecuencia en función de la longitud de la cuerda viene dada por

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{\frac{2L}{n}} = \frac{nv}{2L}$$

Si de la frecuencia fundamental se trata

$$f = \frac{v}{2L}$$

Como vemos la longitud de la cuerda está en el denominador. Así, si la longitud disminuye la frecuencia aumenta. En el caso del sonido el tono es la cualidad que está relacionada con la frecuencia, los tonos agudos corresponden a frecuencias más altas, que es lo que ocurre cuando la cuerda se acorta.

⑥ Una onda estacionaria tiene por ecuación $y = 10\cos\left(\frac{\pi}{6}x\right)\cos(10\pi t)$ donde x e y se miden en cm y t en segundos. Determina:
a) Magnitudes características de las ondas que al interferir dan lugar a la onda estacionaria.
b) La posición de los nodos y la distancia entre un nodo y un vientre consecutivos.
c) La velocidad de vibración instantánea de la partícula situada en la posición x = 3 cm.
d) La velocidad máxima de vibración de la partícula situada en la posición x = 6 cm.

$$y = 10\cos\left(\frac{\pi}{6}x\right)\cos(10\pi t)$$

a) La ecuación de la onda estacionaria del enunciado tiene como forma general

$$y = 2A\cos(kx)\cos(\omega t)$$

Por tanto, en dicha ecuación podemos encontrar las magnitudes características de las dos ondas que interfieren. Así, identificando entre las dos ecuaciones encontramos que,

· Amplitud: $2A = 10$ cm $\rightarrow$ $A = 5$ cm

· Frecuencia: $\omega = 10\pi \frac{rad}{s}$ $\rightarrow$ $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10\pi}{2\pi} = 5$ Hz

· Longitud de onda: $k = \frac{\pi}{6}\, m^{-1}$ $\rightarrow$ $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi/6} = 12$ cm

· Velocidad de propagación: $v = \lambda \cdot f = 12 \cdot 5 = 60\ cm/s$

b) Nodos son los puntos en los que la amplitud es cero. La amplitud de la onda estacionaria dada es

$$A_r = 10\cos\left(\frac{\pi}{6}x\right)$$

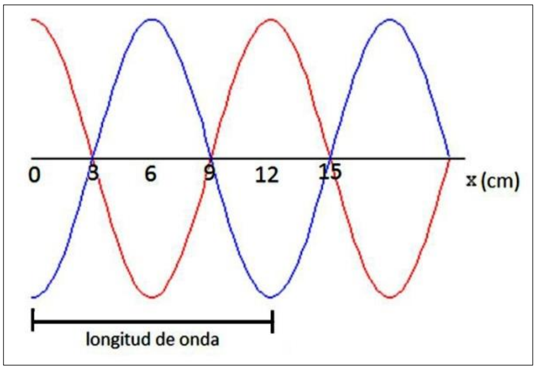
Dicha amplitud será cero si $\cos\left(\frac{\pi}{6}x\right) = 0$, es decir,

$$\left(\frac{\pi}{6}x\right) = (2n+1)\frac{\pi}{2} \qquad \text{donde n} = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

Despejando x,

$$x = 3(2n+1) = 6n + 3$$

Los nodos están situados en las posiciones x = 3 cm, 9 cm, 15 cm, 21 cm, …



Dado que la distancia entre dos nodos consecutivos es media longitud de onda, 6 cm, la distancia entre un nodo y un vientre es un cuarto de longitud de onda, es decir, 3 cm (ver figura). Se puede observar en la representación de la onda estacionaria que cuando x = 0 la amplitud es máxima, como corresponde a la ecuación de la onda que aparece en el enunciado.

c) La velocidad de vibración de las partículas del medio se puede obtener derivando la función de onda estacionaria respecto del tiempo,

$$v = \frac{dy}{dt} = -10\pi \cdot\ 10\cos\left(\frac{\pi}{6}x\right)\ \mathrm{sen}(10\pi t) = -100\pi\ \cos\left(\frac{\pi}{6}x\right)\ \mathrm{sen}(10\pi t)$$

La velocidad de vibración de la partícula situada a 3 cm del extremo de la cuerda será, en cm/s,

$$v(3,t) = -100\pi\ \cos\left(\frac{\pi}{6}\cdot 3\right)\ \mathrm{sen}(10\pi t) = 0$$

La partícula situada en x = 3 cm es un nodo y, por tanto, su velocidad siempre es cero. Esta circunstancia ya se podía observar en la figura anterior.

d) A partir de la expresión de la velocidad de vibración del apartado anterior, para la partícula situada a 6 cm de extremo de la cuerda,

$$v(6,t) = -100\pi\ \cos\left(\frac{\pi}{6}\cdot 6\right)\ \mathrm{sen}(10\pi t) = -100\pi\cos\pi\ \mathrm{sen}(10\pi t) = 100\pi\ \mathrm{sen}(10\pi t)$$

Dicha velocidad es máxima si $\mathrm{sen}(10\pi t) = \pm 1$, entonces,

$$v_{máx} = \pm 100\pi = \pm 314\frac{cm}{s}$$

Este punto es un vientre, su velocidad de vibración es máxima cuando pasa por su posición de equilibrio siendo +314 cm/s cuando se dirige en el sentido positivo del eje OY, y -314 cm/s cuando lo hace en el sentido negativo de dicho eje.

---

⑦ En una cuerda tensa, sujeta por sus extremos, se tiene una onda de ecuación:

$$y = 0{,}02\ \mathrm{sen}(4\pi\ x)\cos(200\pi\ t) \quad (S.I.)$$

Indicar el tipo de onda de que se trata y calcular razonadamente la longitud mínima de la cuerda que puede contener esa onda. ¿Podría existir esa onda en una cuerda más larga?

$$y = 0{,}02\ \mathrm{sen}(4\pi\ x)\cos(200\pi\ t) \quad (S.I.)$$

Se trata de una onda estacionaria unidimensional, transversal y armónica, resultado de la superposición de dos ondas iguales en amplitud, frecuencia y longitud de onda pero que se propagan en sentidos opuestos, una en sentido positivo del eje OX y la otra en sentido negativo.

Según se indica en el enunciado esta onda está "confinada" entre dos extremos, es decir, como mínimo puede vibrar formando dos nodos (los extremos) y un vientre. Este modo de vibración es el fundamental y en él los nodos se encuentran, según se ha dicho en x=0 y x=L, donde L es la longitud de la cuerda.

El número de onda, k, y la longitud de onda, λ, de esta onda estacionaria son

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 4\pi\ m^{-1} \ \rightarrow \ \lambda = 0{,}5\ m$$

Los nodos de esta onda cumplen la siguiente condición,

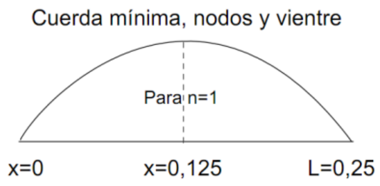
$$\mathrm{sen}(kx) = 0 \qquad \rightarrow \qquad \frac{2\pi}{\lambda}\,x = n \cdot \pi \qquad (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

Si hacemos x = L y despejamos

$$4\,L = n \qquad \rightarrow \qquad L = \frac{n\lambda}{2}$$

El valor mínimo de L será cuando n = 1, entonces

$$L = \frac{\lambda}{2} = 0{,}25\ m$$



Por otra parte, si la cuerda fuera más larga la expresión obtenida para su longitud

$$L = \frac{n\lambda}{2}$$

nos indica que la longitud de la cuerda es directamente proporcional a la longitud de la onda estacionaria generada. En el modo fundamental de vibración (n=1), si la longitud de la cuerda cambia entonces la longitud de la onda estacionaria cambia y, por tanto, no se trata de la misma onda.

Estos apuntes se finalizaron el 3 de diciembre de 2010
en Villanueva del Arzobispo, Jaén (España).
Reeditados: 3 de mayo de 2017
Realizados por: Felipe Moreno Romero
fresenius1@gmail.com
http://www.escritoscientificos.es